

T.C  
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KUANTUM KUYULARINDA POTANSİYEL ENGEL  
PROBLEMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI

OKAN AKANKAN

95332

Tez yöneticisi: Prof. Dr. HASAN AKBAŞ

EDİRNE-2000


T.C  
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

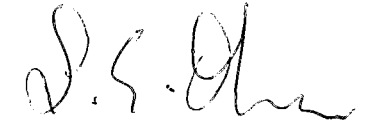
KUANTUM KUYULARINDA POTANSİYEL ENGEL  
PROBLEMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI

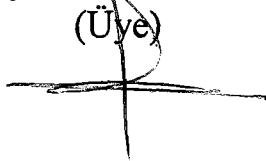
OKAN AKANKAN

Bu tez 12/07/2000 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından kabul edilmiştir.

  
Prof. Dr. Hasan AKBAŞ  
(Tez Yöneticisi)

  
Doç. Dr. Ş. Erol OKAN  
(Üye)

Yrd. Doç. Dr. Mustafa ULAŞ  
(Üye)



# İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖZET.....	i
SUMMARY.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
GİRİŞ.....	iv
<b>1. TEK BOYUTLU SİSTEMLER</b>	
<b>1.1. Basamak potansiyeli</b>	
a) $E > V_0$ Durumu.....	4
b) $E < V_0$ Durumu.....	6
<b>1.1.2 Potansiyel Engeli Tünel Olayı</b>	
a) $E > V_0$ Durumu.....	8
b) $E < V_0$ Durumu.....	11
<b>1.1.3 İki Engelli Tek Potansiyel Kuyusu</b>	
a) $E < V_0$ Durumu.....	13
b) $E > V_0$ Durumu .....	21
<b>1.1.4 Üç Engelli İki Potansiyel Kuyusu</b>	
a) $E < V_0$ Durumu.....	25
b) $E > V_0$ Durumu .....	31
<b>2. NÜMERİK HESAPLAMALAR.....</b>	<b>37</b>
2.1. Basamak Potansiyeli İle Potansiyel Engeli Ve Tünel Olayının İncelenmesi.....	38
2.2. İki Engelli Tek Potansiyel Kuyusu İle Üç Engelli İki Potansiyel Kuyusunun İncelenmesi.....	39

<b>3. NÜMERİK HESAPLAMALAR SONUCUNDA BULUNAN GRAFİKLER.....</b>	<b>41</b>
<b>SONUÇ VE TARTIŞMA.....</b>	<b>67</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>71</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>	<b>72</b>



## ÖZET

İki engelli tek potansiyel kuyusu ve üç engelli iki potansiyel kuyusu düşük boyutlu yapılarda, bir elektron için etkin kütle yaklaşımında Schrödinger denklemi çözülmüştür. Çözümlerden elektrona ait dalga fonksiyonu, olasılık yoğunluğu ve geçiş katsayıları hesaplanmıştır.

## SUMMARY

The Schrödinger equations which belong to a double barriered single potential well and a triple barriered double potential well are solved for an electron within the effective mass approximation. From these solutions obtained, the wave functions describing the electron, the probability densities and the transition coefficients are calculated.

## TEŞEKKÜR

Tez yöneticiliğimi üstlenerek, çalışmalarım sırasında çalışma ortamını ve imkanlarını sağlayan, aydınlatıcı bilgilerinin yanında manevi desteğini esirgemeyen Trakya Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü Katıhal Fiziği Anabilim Dalı Başkanı sayın hocam Prof. Dr. Hasan AKBAŞ' a ve değerli yardımlarını gördüğüm Yrd. Doç. Dr. Şaban AKTAŞ' a teşekkür etmekten mutluluk duyarım.

Bu çalışma süresince bilgilerinden faydalandığım ve ders aşamam esnasında emeği geçen Trakya Üniversitesi Fizik Bölümü Öğretim Üyelerine teşekkür ederim.

## GİRİŞ

MPE, LPE, ve CVD üretim teknikleri ile kuantum kuyuları özelliğinde elektronik devre elemanları üretilmiştir. Bu özellikte devre elemanları' nın üretilmesi fizik ve elektronik alanında kuantum kuyuları ile ilgili deneysel ve teorik çalışmaları hızlandırmıştır. Bu çalışmada enerjisi engel potansiyelinden büyük ve küçük elektronun durumu incelenecektir. Çalışmada sırasıyla basamak potansiyeli, bir potansiyel engeli, iki engelli tek potansiyel kuyusu ve üç engelli iki potansiyel kuyusu çalışılacaktır.

Ele alınan problemler Schrödinger denkleminin çözümüne dayanır. Her problemde, elektron için etkin kütle yaklaşımına göre Schrödinger denklemi yazılmış ve bu denklem büyük oranda analitik olarak çözülmüştür. Bulunan sonuçlar L ve X' e bağlı grafikleri nümerik olarak bilgisayar kullanılarak elde edilmiştir.



---

**1.BÖLÜM**  
**TEK BOYUTLU SİSTEMLER**

---

## 1. TEK BOYUTLU SİSTEMLER

Kristal büyütme teknolojisinde sağlanan güncel gelişmeler sonucu, boyutları elektronun De Broglie dalga boyuyla karşılaştırılabilen düşük boyutlu yarıiletken elemanların yapımı mümkün olmaktadır. Başlıca deneysel yöntemler arasında Moleküler Beam Epitaxy (MBE), Liquid phase Epitaxy (LPE) ve Chemical Vapour Deposition (CVD) sayılabilir.

Düşük boyutlu yarıiletkenler 20-100Å° derecesinde kontrol edilebilen kalınlıkları ile optik ve elektronik fiziksel özellikler açısından diğer yarıiletken malzemelerden farklıdırlar. Bu farklılıkların fiziğinin tam olarak anlaşılmasının yeni elektronik devre elemanlarının üretiminde önemli rol oynayacağı düşüncesi kabul görmektedir.

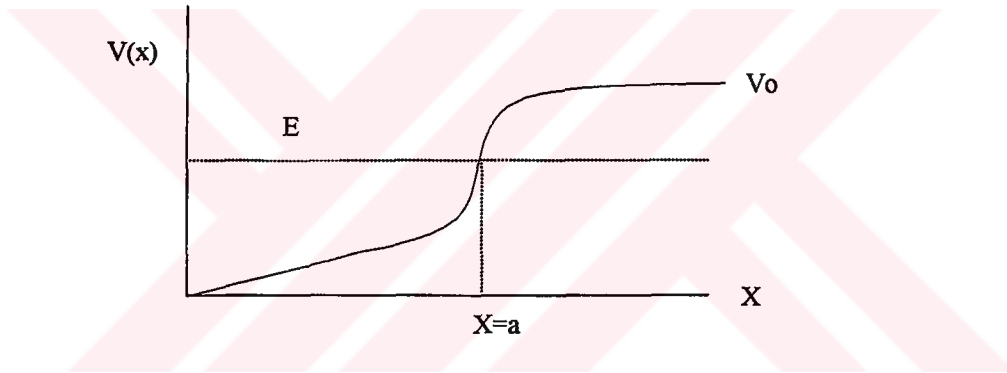
Genel anlamıyla düşük boyutlu yarıiletkenler kuantum kuyuları ,kuantum telleri ve kuantum noktaları olarak sınıflandırılırlar. Burada boyut ,taşıyıcının serbest olarak hareket edebildiği yön sayısını belirtir. Bu sayı değiştirildikçe sistemin fiziksel özellikleri de değişim gösterir. Kuantum kuyuları iki aynı tür yarı tabakanın arasına farklı bir yarıiletkenin yerleştirilmesi ile elde edilir. Bunun en yaygın örneği olarak  $Ga_{1-x}Al_xAs$  /GaAs / $Ga_{1-x}Al_xAs$  verilebilir. Kuantum kuyularında orta tabakadaki yük taşıyıcıları (elektron yada deşikler) böylece iki boyutta sınırlanır. Yani yük taşıyıcıları iki boyutta serbest parçacık olarak hareket edebilirken, farklı tabakaya doğru (kristal büyütme yönünde) hareket ettiklerinde enerjileri kuantize olur. Bu yapıların önemli bir uygulaması bu tabakaların ard arda dizilmesi ile elde edilen üstün örgülerdir. Yük taşıyıcıların hareketinin bir boyuta sınırlanması ise kuantum telleri olarak isimlendirilir. Burada taşıyıcılar bir boyutta serbest hareket edebilirler. Ancak diğer iki boyuttaki hareketleri kuantize olur. Kuantum tellerine örnek olarak  $Ga_{1-x}Al_xAs$  ile çevrelenmiş dikdörtgen , üçgen yada dairesel kesitli bir GaAs teli verilebilir. Mikro fabrikasyon tekniklerindeki gelişmeler bu tür yapıların elde edilmesini olanaklı kılmaktadır.

Sıfır boyutlu yarıiletken yapılar , yani elektronun hareketinin üç boyutta kuantize olduğu durumlar kuantum noktaları olarak isimlendirilir.  $Ga_{1-x}Al_xAs$  içindeki GaAs nokta bir örnek oluşturur. Bir sistemin elektronik yapısı hakkında en ayrıntılı bilgi veren optik ölçümler , Raman saçılması , iki fononlu kızıl ötesi

soğurma ve X ışınları ile elektron spektroskopisidir. Düşük boyutlu yapıların özelliklerinin belirlenmesinde yaygın olarak kullanılan deneysel yöntemler optik ve akustik fonon saçılmasıdır. Bu konudaki teorik incelemeler Esaki ve Tsu tarafından 1970’te yapılan iki boyutlu yarıiletkenlerin incelenmesiyle başlar. Temel olarak enerji bantlarının incelenmesi Schrödinger denkleminin çözülmesi ile gerçekleşir.

Ancak analitik çözümlerin elde edilmesi bu yapılarda yabancı atom varlığında veya elektrik yada manyetik alan uygulandığında zorlaştığından varyasyonel yada Pertürbasyon teknikleri nümerik çözümler ile birlikte kullanılır.

### 1.1 Basamak Potansiyeli



(Şekil-1) Basamak Potansiyeli

Şekil 1 deki gibi bir düzlükte ilerleyen parçacığın gittikçe yükselen bir potansiyel engeline doğru yaklaştığını düşünelim. Düzlükte  $V=0$  iken  $V=V_0$  sabit değerine yükseliyor olsun.

Başlangıçta parçacığın soldan sağa doğru ilerlediğini varsayalım. Parçacık soldaki düzlükte iken hareketi serbest olup toplam enerjisi  $E=P^2/2m$  dir. Burada klasik mekaniğe göre iki durum söz konusudur: [1]

1-) Parçacığın toplam enerjisi  $V_0$  dan büyükse ( $E>V_0$ ) engeli aşar ve sağdaki düzlükte yine serbest fakat toplam enerjisi  $E-V_0$  olarak yoluna devam eder.

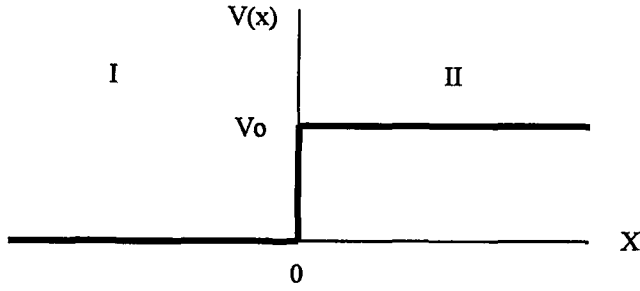
2-)  $E<V_0$  ise parçacık yokuşta gittikçe yavaşlar ve  $E=V(a)$  olan bir a noktasından geri döner. Parçacığın bu durumda engeli aşma olanağı yoktur.

Aynı problemi kuantum mekaniğinde inceleyelim. Bunun için şekil 2' deki basamak potansiyelini ele alalım. Bu potansiyel,

$$V(x)=0 \quad X<0 \quad \text{ise}$$

$$V(x)=V_0 \quad X>0 \quad \text{ise}$$

şeklinde tanımlanır.



(Şekil 2) Basamak Potansiyeli

Dalga fonksiyonlarını bulmak üzere zamandan bağımsız Schrödinger denklemi,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x) \quad \text{olur.} \quad (1.1.1)$$

Her bölge için Schrödinger denklemi yazılırsa,

$$\text{I. Bölgede } (x<0) \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = E\Psi(x) \quad (1.1.2)$$

$$\text{II. bölgede } (x>0) \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V_0\Psi(x) = E\Psi(x) \quad (1.1.3)$$

Enerjinin,  $V_0$ ' dan büyük veya küçük oluşuna göre çözümler farklı olur.

#### a) $E > V_0$ Durumu:

Gelen parçacığın enerjisi basamak potansiyelinden büyük olması durumunda her bir bölge için sırasıyla,

$$k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad ; \quad k_2^2 = \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2} \quad (1.1.4)$$

İki pozitif dalga sayısı tanımlarsak , denklemler ve çözümleri

$$\text{I. Bölge} \quad \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + k_1^2\Psi_1(x) = 0 \quad (1.1.5)$$

$$\Psi_1(x) = A e^{ik_1x} + B e^{-ik_1x} \quad (1.1.6)$$

$$\text{II. Bölge} \quad \frac{d^2\Psi_{11}(x)}{dx^2} + k_2^2\Psi_{11}(x) = 0 \quad (1.1.7)$$

$$\Psi_{11}(x) = C e^{ik_2x} + D e^{-ik_2x} \quad (1.1.8)$$

Burada  $A, B, C$  ve  $D$  integrasyon sabitleridir. Bu çözümler her bölgede  $\pm X$  yönlerinde ilerleyen düzlem dalgalarıdır. Problemin başlangıç ve sınır koşullarını yazalım:

i)Başlangıçta parçacığın I. Bölgeden II. Bölgeye gönderildiği varsayılmıştı. Buna göre basamak noktası  $x=0$  dan ötede ancak sağa doğru ilerleyen bir dalga yani  $e^{ikx}$  oluşabilir. Bu koşulu sağlamanın tek yolu  $e^{-ikx}$  teriminin katsayısını sıfır yapmaktır:

$$D = 0 \quad \text{olur.}$$

ii)Dalga fonksiyonu ve onun birinci türevi sürekli olmalıdır. Bu iki koşul  $x=0$  sınırında uygulanırsa

$$\Psi_1(x)|_{x=0} = \Psi_2(x)|_{x=0} \quad \Rightarrow \quad A + B = C \quad (1.1.9)$$

$$\frac{d\Psi_1(x)}{dx}|_{x=0} = \frac{d\Psi_{11}(x)}{dx}|_{x=0} \quad \Rightarrow \quad ik_1 A - ik_1 B = ik_2 C \quad (1.1.10)$$

bulunur.

(1.1.9) ve (1.1.10) denklemlerinden  $B$  ve  $C$  katsayıları,

$$B = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} A \quad ; \quad C = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} A \quad (1.1.11)$$

Bulunur.  $E > V_0$  durumu için (1.1.11) deki gibi bulunan  $B$  ve  $C$  katsayıları yukarıda ifade edilen (1.1.6) ve (1.1.8) denklemlerindeki dalga fonksiyonlarında yerine konursa,

$$\text{I. Bölgede } X < 0 \quad \Psi_1(x) = A e^{ik_1x} + A \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{-ik_1x} \quad (1.1.12)$$

$$\text{II. Bölgede } X > 0 \quad \Psi_{11}(x) = A \frac{2k_1}{k_1 + k_2} e^{ik_1x} \quad (1.1.13) \text{ olur.}$$

Klasik mekanikte parçacık  $E > V_0$  enerjiyle ikinci bölgeye geçiyordu. Fakat şimdi , geri yansıma olasılığı da vardır. Bu dalga özelliğinin bir sonucudur. Yansıma ve geçme katsayıları:

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 \quad (\text{Yansıma katsayısı}) \quad (1.1.14)$$

$$T = \frac{k_2}{k_1} \left| \frac{C}{A} \right|^2 = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} \quad (\text{Geçme katsayısı}) \quad (1.1.15)$$

Tanımlanırsa,  $R+T=1$  olduğu görülür. Geçme ve yansıma olasılıklarının toplamının 1 oluşu olasılık korunumunun bir ifadesidir.

### b) $E < V_0$ Durumu:

Gelen parçacığın enerjisi basamak potansiyelinden küçük olması durumunda her iki bölge için pozitif sabitler ,

$$k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad ; \quad k_2^2 = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2} \quad (1.1.16) \text{ olur.}$$

Schrödinger denklemi I. II. Bölgeler için çözümlenerek aşağıdaki dalga fonksiyonları oluşturulur.

$$\text{I. Bölge : } \frac{d^2 \Psi_1(x)}{dx^2} + k_1^2 \Psi_1(x) = 0 \quad (1.1.17)$$

$$\Psi_1(x) = A e^{ik_1x} + B e^{-ik_1x} \quad (1.1.18)$$

$$\text{II. Bölge} \quad \frac{d^2\Psi_{11}(x)}{dx^2} - k_2^2 \Psi_{11}(x) = 0 \quad (1.1.19)$$

$$\Psi_{11}(x) = C e^{-k_2 x} + D e^{k_2 x} \quad (1.1.20)$$

Sınır koşulları sağlatılırsa,

- i)  $\Psi_{11}$ 'nin  $x \rightarrow +\infty$ 'da sonlu kalması gerektiğinden  $e^{k_2 x}$ 'in önündeki katsayı sıfır olmalıdır. Bu sebepten  $D=0$  olur.
- ii) Dalga fonksiyonu ve birinci türevi sürekli olmalıdır.

$$\Psi_1(x)|_{x=0} = \Psi_{11}(x)|_{x=0} \quad \Rightarrow \quad A+B=C \quad (1.1.21)$$

$$\frac{d\Psi_1(x)}{dx}|_{x=0} = \frac{d\Psi_{11}(x)}{dx}|_{x=0} \quad \Rightarrow \quad i k_1 A - i k_1 B = -k_2 C \quad (1.1.22)$$

(1.1.21) ve (1.1.22) denklemlerinden B ve C sabitleri A cinsinden bulunur.

$$B = \frac{k_1 - i k_2}{k_1 + i k_2} A \quad ; \quad C = \frac{2k_1}{k_1 + i k_2} A \quad (1.1.23)$$

$E < V_0$  durumu için (1.1.23)'teki B ve C katsayıları (1.1.18) ve (1.1.20)'de ifade edilen dalga fonksiyonlarında yerine konularak dalga fonksiyonu çözümleri,

$$\text{I. Bölgede} \quad X < 0 \quad \Psi_1(x) = A e^{i k_1 x} + A \frac{k_1 - i k_2}{k_1 + i k_2} e^{-i k_1 x} \quad (1.1.24)$$

$$\text{II. Bölgede} \quad X > 0 \quad \Psi_{11}(x) = A \frac{2k_1}{k_1 + i k_2} e^{-k_2 x} \quad (1.1.25)$$

bulunur.

Klasik çözümde  $E < V_0$  olduğunda parçacık ikinci bölgeye giremiyordu. Fakat burada  $X > 0$  bölgesinde  $e^{-k_2 x}$  dalga fonksiyonu, yani  $|\Psi(x)|^2 = e^{-2k_2 x}$  olasılık yoğunluğu

oluşturduğunu görüyoruz .Gerçek bir deneyde ölçme aleti parçacık boyutlarına göre basamaktan çok uzakta  $X \rightarrow +\infty$  da bulunacaktır. Bu mesafelerde bulunma olasılığı

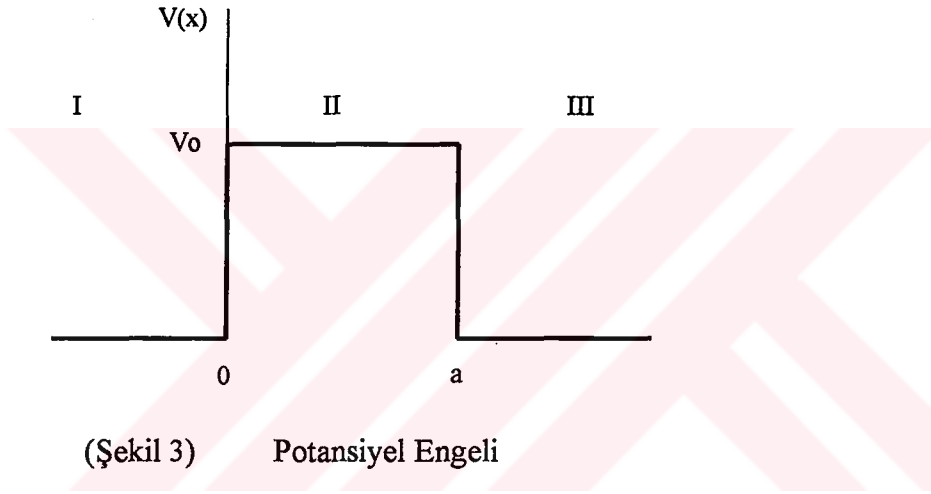
$\lim_{x \rightarrow 0} e^{-2k_2x} \rightarrow 0$  olur ve parçacık II. Bölgede gözlenmez.

Bunu görmenin diğer bir yolu yansımaya katsayısına bakmaktır.

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{|k_1 - ik_2|^2}{|k_1 + ik_2|^2} = \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1^2 + k_2^2} = 1 \quad (1.1.26)$$

Bu sonuca göre de parçacık mutlaka yansıtacaktır.

### 1.1.2 Potansiyel Engeli Tünel Olayı



Gelen parçacığın enerjisinin engel potansiyelinden büyük veya küçük oluşuna göre iki durum söz konusudur.

#### a) $E > V_0$ Durumu:

Bu kez üç farklı bölge var.  $E > V_0$  durumunda yine her üç bölgede de düzlem dalga çözümleri bulunur. Schrödinger denklemi her üç bölge için ayrı ayrı çözülürse; [1,2,3]

$$\text{I. Bölgede} \quad x < 0 \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = E\Psi(x) \quad (1.1.2.1)$$

$$\text{II. Bölgede} \quad 0 \leq x \leq a \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V_0\Psi(x) = E\Psi(x) \quad (1.1.2.2)$$



$$\text{III. Bölgede } x>a \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = E\Psi(x) \quad (1.1.2.3)$$

Gelen parçacığın enerjisi basamak potansiyelinden büyük olması durumunda her bir bölge için pozitif dalga sayıları aşağıdaki gibi olur.

$$\text{I. ve II. Bölgede} \quad k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (1.1.2.4)$$

$$\text{II. Bölgede} \quad k_2^2 = \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2} \quad (1.1.2.5) \text{ olur.}$$

Başlangıçta soldan sağa doğru gönderilen bir parçacık için bu dalganın  $x=0$ ' da ki ilk kesiklikte yansıyan kısmını ve geçen kısmını buluruz. Geçen dalga ikinci kesiklik bölgesine  $x=a$ ' da varır ve bununda bir kısmı yansır ,bir kısmı geçer. Yansıyan kısım  $x=0$ ' da ki kesiklik sınırına yeniden döner ve yeniden bir kısmı yansır, bir kısmı geçer. Engelden sağa doğru çıkan dalgayı bulmak için iki kesiklik noktasındaki ileri geri sürgit yansımaları göz önünde bulundurmak ve sonra  $x=a$  noktasının sağına doğru geçen bütün kısmi dalgaların genliklerini toplarız.

Yapmamız gereken Schrödinger eşitliğinin  $x>a$  için her yerde hem kendisi hem de türevi sürekli olan  $\exp(ikx)$  biçimli bir çözümünü bulmaktır. Son koşulun anlamı gelen dalganın engele girebilen kısmının  $x>a$  bölgesinde sağa doğru ilerlemesi zorunluluğudur. Bu incelemek istediğimiz fiziksel duruma karşılık gelir.

$x=a$ ' da ki sınırda yansıma olabileceğinden ikinci bölgede her iki yönde de ilerleyen  $\exp(ik_2x)$  düzlem dalga aldık. Fakat üçüncü bölgede sadece pozitif yönde ilerleyen bir dalga oluşabilir.

Schrödinger denkleminin başlangıçta soldan sağa ( $-x$  yönünden) gönderilen bir parçacık için en genel çözümleri aşağıdaki gibi olur.

$$\text{I. Bölgede } x<0 \quad \Psi_1 = A e^{ik_1x} + B e^{-ik_1x} \quad (1.1.2.6)$$

$$\text{II. Bölgede } 0\leq x\leq a \quad \Psi_{11}(x) = C e^{ik_2x} + D e^{-ik_2x} \quad (1.1.2.7)$$

$$\text{III. Bölgede } x>a \quad \Psi_{111}(x) = F e^{ik_1x} \quad (1.1.2.8)$$

Sınır şartlarını sağlatırsak bu dalga fonksiyonları ve onların birinci türevleri  $x=0$  ve  $x=a$  noktalarında sürekli olmalıdır.

$x=0$  noktasında,

$$\Psi_1(x)|_{x=0} = \Psi_{11}(x)|_{x=0} \Rightarrow A+B=C+D \quad (1.1.2.9)$$

$$\frac{d\Psi_1(x)}{dx}|_{x=0} = \frac{d\Psi_{11}(x)}{dx}|_{x=0} \Rightarrow ik_1(A-B) = ik_2(C-D) \quad (1.1.2.10)$$

$x=a$  noktasında,

$$\Psi_{11}(x)|_{x=a} = \Psi_{111}(x)|_{x=a} \Rightarrow Ce^{ik_2a} + De^{-ik_2a} = Fe^{ik_1a} \quad (1.1.2.11)$$

$$\frac{d\Psi_{11}(x)}{dx}|_{x=a} = \frac{d\Psi_{111}(x)}{dx}|_{x=a} \Rightarrow ik_2x(Ce^{ik_2a} - De^{-ik_2a}) = ik_1Fe^{ik_1a} \quad (1.1.2.12)$$

Bu (1.1.2.9),(1.1.2.10),(1.1.2.11) ve (1.1.2.12) denklemlerinde, beş sabitten dördü A cinsinden bulunabilir. Bu katsayıları B ve F için hesaplanan sonuçlar aşağıdaki gibidir.

$$B = \frac{(k_1^2 - k_2^2) \text{Sink}_2a}{(k_1^2 + k_2^2) \text{Sink}_2a + 2ik_1k_2 \text{Cosk}_2a} A \quad (1.1.2.13)$$

$$F = \frac{2k_1k_2}{e^{ik_1a}(2k_1k_2 \text{Cosk}_2a - i(k_1^2 + k_2^2))} A \quad (1.1.2.14)$$

(1.1.2.13) ve (1.1.2.14) denklemlerinden geçme ve yansıma katsayıları ,

$$T = \left| \frac{F}{A} \right|^2 = \left( 1 + \frac{V_0^2 \text{Sin}^2 k_2 a}{4E(V_0 - E)} \right)^{-1} \quad (1.1.2.15)$$

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \left( 1 + \frac{4E(V_0 - E)}{V_0^2 \text{Sin}^2 k_2 a} \right)^{-1} \quad (1.1.2.16)$$

bulunur.

Yine  $R+T=1$  olduğu görülür. Bulunan sonuçlar beklentilere uygundur. Engelden kısmi bir yansıma ve kısmen de III. Bölgeye geçme olasılığı vardır.

Burada  $E > V_0$  için özel bir durumdan bahsedebiliriz. Eğer engel genişliği gelen parçacığın dalga boyunun yarısına eşitse  $T$  geçiş katsayısı bire eşit olur. Şimdi bunu göstermeye çalışalım.

$$\text{Engel genişliği } a = \frac{\lambda_2}{2} \quad \text{ise}$$

$$k_2 = \frac{2}{\lambda_2} \pi \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{2}{k_2} \pi$$

$$a = \frac{\lambda_2}{2} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2}{2k_2} \pi \quad \Rightarrow \quad \pi = k_2 a$$

$$T = \left| \frac{F}{A} \right|^2 = \left( 1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \pi}{4E(V_0 - E)} \right) \quad \text{buradan } T = 1 \text{ olduğu görülür.}$$

Bu sonuca göre engel genişliği gelen parçacığın dalga boyunun yarısına eşitse engel, saydam bir ortam gibi davranıyor diyebiliriz.

#### b) $E < V_0$ Durumu:

Klasik olarak düşünüldüğünde  $E < V_0$  olduğunda parçacık engeli aşamaz ve  $x=0$  dan geri döner. Fakat kuantum mekaniksel olarak düşünüldüğünde durum farklı olur.

Schrödinger denklemi her üç bölge için ayrı ayrı çözülürse;

$$\text{I. Bölgede} \quad \frac{d^2 \Psi_1(x)}{dx^2} + k_1^2 \Psi_1(x) = 0 \quad (1.1.2.17)$$

$$\text{II. Bölgede} \quad \frac{d^2 \Psi_{11}(x)}{dx^2} - k_2^2 \Psi_{11}(x) = 0 \quad (1.1.2.18)$$

$$\text{III. Bölgede} \quad \frac{d^2 \Psi_{111}(x)}{dx^2} + k_1^2 \Psi_{111}(x) = 0 \quad (1.1.2.19)$$

Her bölge için pozitif dalga sayıları ,

$$\text{I. ve III. Bölgede} \quad k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (1.1.2.20)$$

$$\text{II. bölgede} \quad k_2^2 = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2} \quad (1.1.2.21)$$

olur.

Yukarıda yazılan (1.1.2.17),(1.1.2.18) ve (1.1.2.19) Schrödinger denklemlerinin en genel çözümleri aşağıdaki gibi olur.

$$\text{I. Bölgede} \quad x < 0 \quad \Psi_1(x) = A e^{ik_1 x} + B e^{-ik_1 x} \quad (1.1.2.22)$$

$$\text{II. Bölgede} \quad 0 \leq x \leq a \quad \Psi_{11}(x) = C e^{k_2 x} + D e^{-k_2 x} \quad (1.1.2.23)$$

$$\text{III. Bölgede} \quad x > 0 \quad \Psi_{111} = F e^{ik_1 x} \quad (1.1.2.24)$$

Sınır şartları  $x=0$  ve  $x=a$  noktalarında sağlatılırsa,

$x=0$  noktasında,

$$\Psi_1(x)|_{x=0} = \Psi_{11}(x)|_{x=0} \quad \Rightarrow \quad A + B = C + D \quad (1.1.2.25)$$

$$\frac{d\Psi_1(x)}{dx}|_{x=0} = \frac{d\Psi_{11}(x)}{dx}|_{x=0} \quad \Rightarrow \quad ik_1(A - B) = k_2(C - D) \quad (1.1.2.26)$$

$x=a$  noktasında,

$$\Psi_{11}(x)|_{x=a} = \Psi_{111}(x)|_{x=a} \quad \Rightarrow \quad C e^{k_2 a} + D e^{-k_2 a} = F e^{ik_1 a} \quad (1.1.2.27)$$

$$\frac{d\Psi_{11}(x)}{dx}|_{x=a} = \frac{d\Psi_{111}(x)}{dx}|_{x=a} \quad \Rightarrow \quad k_2(C e^{k_2 a} - D e^{-k_2 a}) = ik_1 F e^{ik_1 a} \quad (1.1.2.28)$$

(1.1.2.25),(1.1.2.26),(1.1.2.27) ve (1.1.2.28) denklemleri arasında beş sabitten dördü  $A$  cinsinden çözülebilir. Yukarıda incelediğimiz  $E > V_0$  durumundaki sınır koşullarıyla karşılaştırsak iki denklem sistemi arasındaki tek fark  $ik_2$  yerine  $k_2$  gelmiş olmasıdır.

O halde, yansıma ve geçme katsayıları için bulduğumuz ifadeleri  $k_2 \rightarrow -ik_2$  değişikliği yaparak tekrar kullanabiliriz.

Bu değiştirme sonucu oluşan kompleks fonksiyonları da  $Sinhiy = iSiny$  ve  $Coshiy = Cosy$  özdeşlikleri şeklinde yazarsak yansıma ve geçme katsayıları;

$$T = \left| \frac{F}{A} \right|^2 = \left( 1 + \frac{Vo^2 \sinh^2 k_2 a}{4E(Vo - E)} \right)^{-1} \quad (1.1.2.29)$$

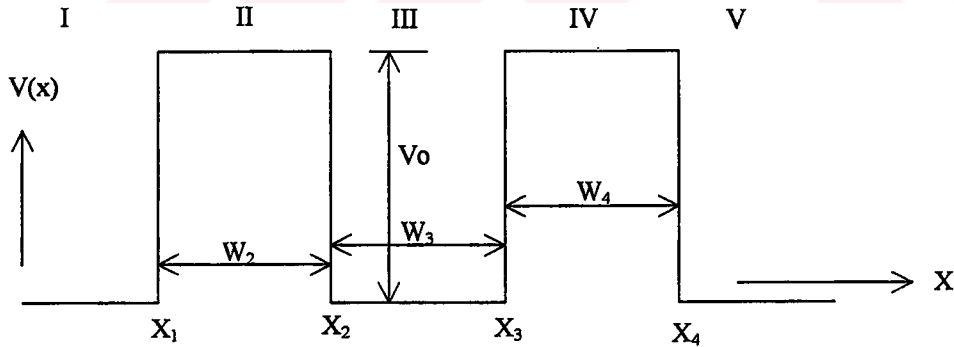
$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \left( 1 + \frac{4E(Vo - E)}{Vo^2 \sinh^2 k_2 a} \right)^{-1} \quad (1.1.2.30)$$

bulunur.

$E < Vo$  olmasına rağmen geçiş katsayısı 0 ile 1 arasında sonlu bir değerdedir. Yani parçacığın enerjisi engelden küçükken dahi III. Bölgeye geçme olasılığı vardır. Klasik mekanik anlayışa göre karşılığı olmayan bu duruma tünel olayı denir.

$T$  geçiş katsayısı parçacığın enerjisine ve engelin genişliğine bağlı olarak değişir.

### 1.1.3 İki Engelli Tek Potansiyel Kuyusu:



(Şekil 4) İki Engelli Tek Potansiyel Kuyusu

#### a) $E < Vo$ Durumu:

Gelen parçacığın enerjisinin potansiyel engelden küçük olması durumunda beş bölgede Schrödinger denklemini ayrı ayrı çözümlenerek bulunan dalga fonksiyonları aşağıdaki gibidir. [4,5,6,7]

I. Bölgede  $-\infty < x \leq x_1$   $\Psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (1.1.3.1)$

$$\text{II. Bölgede } x_1 \leq x \leq x_2 \quad \Psi_{11}(x) = A_2 e^{-k_2(x-x_1)} + B_2 e^{k_2(x-x_1)} \quad (1.1.3.2)$$

$$\text{III. Bölgede } x_2 \leq x \leq x_3 \quad \Psi_{111}(x) = A_3 e^{ik_3(x-x_2)} + B_3 e^{-ik_3(x-x_2)} \quad (1.1.3.3)$$

$$\text{IV. Bölgede } x_3 \leq x \leq x_4 \quad \Psi_{1v}(x) = A_4 e^{-k_4(x-x_3)} + B_4 e^{k_4(x-x_3)} \quad (1.1.3.4)$$

$$\text{V. Bölgede } x_4 \leq x \leq \infty \quad \Psi_v(x) = A_5 e^{ik_5(x-x_4)} \quad (1.1.3.5)$$

Her bölge için pozitif dalga sayıları,

$$k_1^2 = k_3^2 = k_5^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (1.1.3.6)$$

$$k_2^2 = k_4^2 = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2} \quad (1.1.3.7)$$

Sınır şartlarını sağlatırsak,

$x = x_1$  noktasında,

$$\Psi_1(x) \Big|_{x=x_1} = \Psi_{11}(x) \Big|_{x=x_1} \Rightarrow A_1 e^{ik_1 x_1} + B_1 e^{-ik_1 x_1} = A_2 + B_2 \quad (1.1.3.8)$$

$$A_1 e^{ik_1 x_1} - A_2 + B_1 e^{-ik_1 x_1} - B_2 = 0 \quad (1.1.3.9)$$

$$\frac{d\Psi_1(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} = \frac{d\Psi_{11}(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} \Rightarrow A_1 e^{ik_1 x_1} - B_1 e^{-ik_1 x_1} = \frac{ik_2(A_2 - B_2)}{k_1} \quad (1.1.3.10)$$

$$A_1 e^{ik_1 x_1} - \frac{ik_2}{k_1} A_2 - B_1 e^{-ik_1 x_1} + \frac{ik_2}{k_1} B_2 = 0 \quad (1.1.3.11)$$

(1.1.3.8) ve (1.1.3.10) denklemleri toplanır,

$$(k_1 + ik_2) = (k_1^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}} e^{i \tan^{-1} \frac{k_2}{k_1}} \quad ; \quad (k_1 - ik_2) = (k_1^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}} e^{-i \tan^{-1} \frac{k_2}{k_1}} \quad \text{ve}$$

$\Theta_2 = \tan^{-1} \frac{k_2}{k_1}$  eşitlikleri kullanılırsa  $A_1$  katsayısı,

$$A_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}}}{2k_1} e^{(-ik_1 x_1)} (A_2 e^{i\Theta_2} + B_2 e^{-i\Theta_2}) \quad (1.1.3.12)$$

bulunur.

(1.1.3.8) ve (1.1.3.10) denklemleri çıkarılırsa  $B_1$  katsayısı,

$$B_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}}}{2k_1} e^{ik_1 x_1} (A_2 e^{-i\Theta_2} + B_2 e^{i\Theta_2}) \quad (1.1.3.13)$$

bulunur.

$x = x_2$  noktasında,

$$\Psi_{11}(x) \Big|_{x=x_2} = \Psi_{111}(x) \Big|_{x=x_2} \Rightarrow A_2 e^{-k_2(x_2-x_1)} + B_2 e^{k_2(x_2-x_1)} = A_3 + B_3 \quad (1.1.3.14)$$

$$x_2 - x_1 = W_2 \quad \text{ise} \quad A_2 e^{-k_2 W_2} + B_2 e^{k_2 W_2} = A_3 + B_3$$

$$A_2 e^{-k_2 W_2} - A_3 + B_2 e^{k_2 W_2} - B_3 = 0 \quad (1.1.3.15)$$

$$\frac{d\Psi_{11}(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} = \frac{d\Psi_{111}(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} \Rightarrow A_2 e^{-k_2 W_2} - B_2 e^{k_2 W_2} = -\frac{ik_3}{k_2} (A_3 - B_3) \quad (1.1.3.16)$$

$$A_2 e^{-k_2 W_2} + \frac{ik_3}{k_2} A_3 - B_2 e^{k_2 W_2} - B_3 \frac{ik_3}{k_2} = 0 \quad (1.1.3.17)$$

(1.1.3.14) ve (1.1.3.16) denklemleri toplanıp çıkarılırsa sırasıyla  $A_2$  ve  $B_2$  katsayıları,

$$A_2 = -\frac{(k_3^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}}}{2ik_2} e^{k_2 W_2} (A_3 e^{i\Theta_3} + B_3 e^{-i\Theta_3}) \quad \text{ve} \quad (1.1.3.18)$$

$$B_2 = \frac{(k_3^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}}}{2ik_2} e^{-k_2 w_2} (-A_3 e^{-i\Theta_3} + B_3 e^{i\Theta_3}) \quad \text{bulunur.} \quad (1.1.3.19)$$

Burada,  $\Theta_3 = \tan^{-1} \frac{k_2}{k_3}$  tür.

$x = x_3$  noktasında,

$$\Psi_{111}(x) \Big|_{x=x_3} = \Psi_{1V}(x) \Big|_{x=x_3} \quad A_3 e^{ik_3(x_3-x_2)} + B_3 e^{-ik_3(x_3-x_2)} = A_4 + B_4 \quad (1.1.3.20)$$

$x_3 - x_2 = w_3$  dersek,  $A_3 e^{ik_3 w_3} + B_3 e^{-ik_3 w_3} = A_4 + B_4$

$$A_3 e^{ik_3 w_3} - A_4 + B_3 e^{-ik_3 w_3} - B_4 = 0 \quad (1.1.3.21)$$

$$\frac{d\Psi_{111}(x)}{dx} \Big|_{x=x_3} = \frac{d\Psi_{1V}(x)}{dx} \Big|_{x=x_3} \quad A_3 e^{ik_3 w_3} - B_3 e^{-ik_3 w_3} = \frac{ik_4}{k_3} (A_4 - B_4) \quad (1.1.3.22)$$

$$A_3 e^{ik_3 w_3} - \frac{ik_4}{k_3} A_4 - B_3 e^{-ik_3 w_3} + \frac{ik_4}{k_3} B_4 = 0 \quad (1.1.3.23)$$

(1.1.3.20) ve (1.1.3.22) denklemleri toplanıp çıkarılırsa sırasıyla  $A_3$  ve  $B_3$  katsayıları,

$$A_3 = \frac{(k_3^2 + k_4^2)^{\frac{1}{2}}}{2k_3} e^{-ik_3 w_3} (A_4 e^{i\Theta_4} + B_4 e^{-i\Theta_4}) \quad \text{ve} \quad (1.1.3.24)$$

$$B_3 = \frac{(k_3^2 + k_4^2)^{\frac{1}{2}}}{2k_3} e^{ik_3 w_3} (A_4 e^{-i\Theta_4} + B_4 e^{i\Theta_4}) \quad (1.1.3.25)$$

Burada  $\Theta_4 = \tan^{-1} \frac{k_4}{k_3}$  tür.



$x = x_4$  noktasında,

$$\Psi_{IV}(x) \Big|_{x=x_4} = \Psi_V(x) \Big|_{x=x_4} \Rightarrow A_4 e^{-k_4(x_4-x_3)} + B_4 e^{k_4(x_4-x_3)} = A_5 \quad (1.1.3.26)$$

$$x_4 - x_3 = w_4 \quad \text{dersek,} \quad A_4 e^{-k_4 w_4} + B_4 e^{k_4 w_4} = A_5$$

$$\Rightarrow A_4 e^{-k_4 w_4} - A_5 + B_4 e^{k_4 w_4} = 0 \quad (1.1.3.27)$$

$$\frac{d\Psi_{IV}(x)}{dx} \Big|_{x=x_4} = \frac{d\Psi_V(x)}{dx} \Big|_{x=x_4} \Rightarrow A_4 e^{-k_4 w_4} - B_4 e^{k_4 w_4} = -\frac{ik_5}{k_4} A_5 e^{ik_5 w_4} \quad (1.1.3.28)$$

$$A_4 e^{-k_4 w_4} + \frac{ik_5}{k_4} A_5 - B_4 e^{k_4 w_4} = 0 \quad (1.1.3.29)$$

(1.1.3.26) ve (1.1.3.28) denklemleri toplanıp çıkarılırsa sırasıyla  $A_4$  ve  $B_4$  katsayıları,

$$A_4 = \frac{(k_5^2 + k_4^2)^{\frac{1}{2}}}{2ik_4} A_5 e^{i\Theta_5} e^{k_4 w_4} \quad \text{ve} \quad (1.1.3.30)$$

$$B_4 = -\frac{(k_5^2 + k_4^2)^{\frac{1}{2}}}{2ik_4} A_5 e^{-i\Theta_5} e^{-k_4 w_4} \quad (1.1.3.31)$$

Burada  $\Theta_5 = \tan^{-1} \frac{k_4}{k_5}$  alınmıştır.

$T$  geçiş katsayısını bulmamız için  $A_1$  katsayısını  $A_5$  katsayısına bağlamamız gerekiyor. Başka bir deyişle sekiz denklem, dokuz bilinmeyen var. O halde katsayılardan birisini diğerinde yerine koyarak  $A_1$  katsayısını  $A_5$  cinsinden aşağıdaki gibi bulabiliriz,

$$A_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}} (k_3^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}} (k_3^2 + k_2^2)^{\frac{1}{2}} (k_3^2 + k_4^2)^{\frac{1}{2}} (k_5^2 + k_4^2)^{\frac{1}{2}}}{2^4 k_1 k_3 (ik_2)(ik_4)} A_5 K \quad (1.1.3.32)$$

Burada  $K$ ,

$$\begin{aligned}
K = 2i e^{-ik_1 x_1} & (e^{(k_2 w_2 + k_4 w_4)} e^{i(\Theta_2 + \Theta_3)} \text{Sin}(\Theta_3 + \Theta_4 - k_3 w_3) + e^{(-k_2 w_2 + k_4 w_4)} \text{Sin}(k_3 w_3) \\
& (1.1.3.33) \\
& + e^{(k_2 w_2 - k_4 w_4)} \text{Sin}(k_3 w_3) - e^{-(k_2 w_2 + k_4 w_4)} e^{-i(\Theta_2 + \Theta_3)} \text{Sin}(\Theta_3 + \Theta_4 + k_3 w_3))
\end{aligned}$$

dır. Çift potansiyel engelinde  $T$  geçiş katsayısı,

$$T = \left| \frac{A_5}{A_1} \right|^2 = \frac{2^8 k_1^2 k_2^2 k_3^2 k_4^2 / |K|^2}{(k_1^2 + k_2^2)(k_3^2 + k_2^2)(k_3^2 + k_4^2)(k_5^2 + k_4^2)} \quad (1.1.3.34)$$

şeklinde bulunur.

İşlemler uzun olduğundan dolayı yine E<Vo' da bu çift potansiyel engelinin  $T$  geçiş katsayısını bulmak için bilgisayarda uyguladığımız çözüm yöntemi aşağıda anlatılmıştır.

1-)Schrödinger dalga denklemi çözülerek her bölgedeki dalga fonksiyonları sırasıyla I. bölgede (1.1.3.1.), II. bölgede (1.1.3.2) ,III. bölgede (1.1.3.3), IV. bölgede (1.1.3.4) ve V. bölgede (1.1.3.5) şeklinde bulunur. Ve burada pozitif dalga sayıları (1.1.3.6) ve (1.1.3.7) dir.

2-)Sınır şartlarından bulduğumuz sekiz denklemi(1.1.3.9),(1.1.3.11),(1.1.3.15), (1.1.3.17), (1.1.3.21), (1.1.3.23), (1.1.3.27), (1.1.3.29)

$x = x_1$  noktasında,

$$Z_1 a_1 + Z_2 a_2 + Z_3 b_1 + Z_4 b_2 = 0 \quad (1.1.3.35)$$

$$Z_5 a_1 + Z_6 a_2 + Z_7 b_1 + Z_8 b_2 = 0 \quad (1.1.3.36)$$

$x = x_2$  noktasında,

$$Z_9 a_2 + Z_{10} a_3 + Z_{11} b_2 + Z_{12} b_3 = 0 \quad (1.1.3.37)$$

$$Z_{13} a_2 + Z_{14} a_3 + Z_{15} b_2 + Z_{16} b_3 = 0 \quad (1.1.3.38)$$

$x = x_3$  noktasında,

$$Z_{17} a_3 + Z_{18} a_4 + Z_{19} b_3 + Z_{20} b_4 = 0 \quad (1.1.3.39)$$

$$Z_{21} a_3 + Z_{22} a_4 + Z_{23} b_3 + Z_{24} b_4 = 0 \quad (1.1.3.40)$$

$x = x_4$  noktasında,

$$Z_{25} a_4 + Z_{26} a_5 + Z_{27} b_4 = 0 \quad (1.1.3.41)$$

$$Z_{28} a_4 + Z_{29} a_5 + Z_{30} b_4 = 0 \quad (1.1.3.42)$$

şeklinde ifade edebiliriz.

Bu gösterimde (1.1.3.9) denklemi (1.1.3.35) denklemine, (1.1.3.11) denklemi (1.1.3.36) denklemine, (1.1.3.15) denklemi (1.1.3.37) denklemine, (1.1.3.17) denklemi (1.1.3.38) denklemine, (1.1.3.21) denklemi (1.1.3.39) denklemine, (1.1.3.23) denklemi (1.1.3.40) denklemine, (1.1.3.27) denklemi (1.1.3.41) denklemine, (1.1.3.29) denklemi (1.1.3.42) denklemine karşılık gelir.

Burada,

$x = x_1$  de,

$$Z_1 = e^{i k_1 x_1}$$

$$Z_5 = e^{i k_1 x_1}$$

$$Z_2 = -1$$

$$Z_6 = -\frac{i k_2}{k_1}$$

$$Z_3 = e^{-i k_1 x_1}$$

$$Z_7 = -e^{-i k_1 x_1}$$

$$Z_4 = -1$$

$$Z_8 = \frac{i k_2}{k_1}$$

$x = x_2$  de,

$$Z_9 = e^{-k_2 w_2}$$

$$Z_{13} = e^{-k_2 w_2}$$

$$Z_{10} = -1$$

$$Z_{14} = \frac{ik_3}{k_2}$$

$$Z_{11} = e^{k_2 w_2}$$

$$Z_{15} = -e^{-k_2 w_2}$$

$$Z_{12} = -1$$

$$Z_{16} = \frac{ik_3}{k_2}$$

$x = x_3$  de,

$$Z_{17} = e^{ik_3 w_3}$$

$$Z_{21} = e^{ik_3 w_3}$$

$$Z_{18} = -1$$

$$Z_{22} = -\frac{ik_4}{k_3}$$

$$Z_{19} = e^{-ik_3 w_3}$$

$$Z_{23} = -e^{-ik_3 w_3}$$

$$Z_{20} = -1$$

$$Z_{24} = \frac{ik_4}{k_3}$$

$x = x_4$  de,

$$Z_{25} = e^{-k_4 w_4}$$

$$Z_{28} = e^{-k_4 w_4}$$

$$Z_{26} = -e^{ik_5 w_4}$$

$$Z_{29} = \frac{ik_5}{k_4}$$

$$Z_{27} = e^{k_4 w_4}$$

$$Z_{30} = -e^{k_4 w_4}$$

olur.

3-)Buradan da görüldüğü gibi sekiz denklem dokuz bilinmeyen elde edilir.

4-)Daha sonra birinci bölgedeki gelen dalganın genliği  $A_1 = 1$  seçilerek sekiz denklem sekiz bilinmeyen elde edilir

Yukarıda ifade ettiğimiz (1.1.3.9), (1.1.3.11), (1.1.3.15), (1.1.3.17), (1.1.3.21), (1.1.3.23), (1.1.3.27) ve.(1.1.3.29) denklemlerinin her birinden bir katsayı çekilerek diğer denklemde yerine konur ve bir diğeri çekilir. Bu şekilde bütün katsayılar bulunur. Bu yaptığımız işlemi şematik olarak gösterirsek,

Denklemler

Katsayılar

$$(1.1.3.9) \quad \Rightarrow$$

$B_1$

$$(1.1.3.11) \quad \Rightarrow$$

$A_2$

$$\begin{aligned}
(1.1.3.15) & \Rightarrow B_2 \\
(1.1.3.17) & \Rightarrow A_3 \\
(1.1.3.21) & \Rightarrow B_3 \\
(1.1.3.23) & \Rightarrow A_4 \\
(1.1.3.27) & \Rightarrow B_4 \\
(1.1.3.29) & \Rightarrow A_5
\end{aligned}$$

$T$  geçiş katsayısı  $T = \left| \frac{A_5}{A_1} \right|^2$  olduğundan ve başlangıçta gelen dalganın genliği  $A_1 = 1$

alındığından  $T$  geçiş katsayısı bilgisayarda hesaplanmış olur.

### b) $E > V_0$ Durumu:

Aynı yöntemi  $E > V_0$  durumu için uygulayabiliriz. Her bölge için Schrödinger denklemi ayrı ayrı çözümlenerek bulunan dalga fonksiyonları

$$\text{I. Bölgede } -\infty < x \leq x_1 \quad \Psi_I(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (1.1.3.43)$$

$$\text{II. Bölgede } x_1 \leq x \leq x_2 \quad \Psi_{II}(x) = A_2 e^{-ik_2(x-x_1)} + B_2 e^{ik_2(x-x_1)} \quad (1.1.3.44)$$

$$\text{III. Bölgede } x_2 \leq x \leq x_3 \quad \Psi_{III}(x) = A_3 e^{ik_3(x-x_2)} + B_3 e^{-ik_3(x-x_2)} \quad (1.1.3.45)$$

$$\text{IV. Bölgede } x_3 \leq x \leq x_4 \quad \Psi_{IV}(x) = A_4 e^{-ik_4(x-x_3)} + B_4 e^{ik_4(x-x_3)} \quad (1.1.3.46)$$

$$\text{V. Bölgede } x_4 \leq x \leq \infty \quad \Psi_V(x) = A_5 e^{ik_5(x-x_4)} \quad (1.1.3.47)$$

şeklinde dir. Pozitif dalga sayıları

$$k_1^2 = k_3^2 = k_5^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (1.1.3.48)$$

$$k_2^2 = k_4^2 = \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2} \quad \text{olur.} \quad (1.1.3.49)$$

Sınır şartları her bölge için sağlatılırsa;

$x = x_1$  noktasında,

$$\Psi_I(x) \Big|_{x=x_1} = \Psi_{II}(x) \Big|_{x=x_1} \quad \Rightarrow A_1 e^{ik_1 x_1} + B_1 e^{-ik_1 x_1} = A_2 + B_2 \quad (1.1.3.50)$$

$$A_1 e^{ik_1 x_1} - A_2 + B_1 e^{-ik_1 x_1} - B_2 = 0 \quad (1.1.3.51)$$

$$\frac{d\Psi_1(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} = \frac{d\Psi_{11}(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} \Rightarrow A_1 e^{ik_1 x_1} - B_1 e^{-ik_1 x_1} = -\frac{k_2(A_2 - B_2)}{k_1} \quad (1.1.3.52)$$

$$A_1 e^{ik_1 x_1} + \frac{k_2}{k_1} A_2 - B_1 e^{-ik_1 x_1} - \frac{k_2}{k_1} B_2 = 0 \quad (1.1.3.53)$$

$x = x_2$  noktasında,

$$\Psi_{11}(x) \Big|_{x=x_2} = \Psi_{111}(x) \Big|_{x=x_2} \quad A_2 e^{-ik_2(x_2-x_1)} + B_2 e^{ik_2(x_2-x_1)} = A_3 + B_3 \quad (1.1.3.54)$$

$x_2 - x_1 = W_2$  dersek,

$$A_2 e^{-ik_2 W_2} + B_2 e^{ik_2 W_2} = A_3 + B_3$$

$$A_2 e^{-ik_2 W_2} - A_3 + B_2 e^{ik_2 W_2} - B_3 = 0 \quad (1.1.3.55)$$

$$\frac{d\Psi_{11}(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} = \frac{d\Psi_{111}(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} \Rightarrow A_2 e^{-ik_2 w_2} - B_2 e^{ik_2 w_2} = \frac{k_3}{k_2} (A_3 - B_3) \quad (1.1.3.56)$$

$$A_2 e^{-ik_2 w_2} - \frac{k_3}{k_2} A_3 - B_2 e^{ik_2 w_2} + B_3 \frac{k_3}{k_2} = 0 \quad (1.1.3.57)$$

$x = x_3$  noktasında,

$$\Psi_{111}(x) \Big|_{x=x_3} = \Psi_{1V}(x) \Big|_{x=x_3} \quad A_3 e^{ik_3(x_3-x_2)} + B_3 e^{-ik_3(x_3-x_2)} = A_4 + B_4 \quad (1.1.3.58)$$

$x_3 - x_2 = w_3$  dersek,

$$A_3 e^{ik_3 w_3} + B_3 e^{-ik_3 w_3} = A_4 + B_4$$

$$A_3 e^{ik_3 w_3} - A_4 + B_3 e^{-ik_3 w_3} - B_4 = 0 \quad (1.1.3.59)$$

$$\frac{d\Psi_{111}(x)}{dx} \Big|_{x=x_3} = \frac{d\Psi_{1V}(x)}{dx} \Big|_{x=x_3} \quad A_3 e^{ik_3 w_3} - B_3 e^{-ik_3 w_3} = -\frac{k_4}{k_3} (A_4 - B_4) \quad (1.1.3.60)$$

$$A_3 e^{ik_3 w_3} + \frac{k_4}{k_3} A_4 - B_3 e^{-ik_3 w_3} - \frac{k_4}{k_3} B_4 = 0 \quad (1.1.3.61)$$

$x = x_4$  noktasında,

$$\Psi_{IV}(x) \Big|_{x=x_4} = \Psi_V(x) \Big|_{x=x_4} \Rightarrow A_4 e^{-ik_4(x_4-x_3)} + B_4 e^{ik_4(x_4-x_3)} = A_5 \quad (1.1.3.62)$$

$$x_4 - x_3 = w_4 \quad \text{dersek,} \quad \Rightarrow A_4 e^{-ik_4 w_4} + B_4 e^{ik_4 w_4} = A_5$$

$$A_4 e^{-ik_4 w_4} - A_5 + B_4 e^{ik_4 w_4} = 0 \quad (1.1.3.63)$$

$$\frac{d\Psi_{IV}(x)}{dx} \Big|_{x=x_4} = \frac{d\Psi_V(x)}{dx} \Big|_{x=x_4} \Rightarrow A_4 e^{-ik_4 w_4} + B_4 e^{ik_4 w_4} = -\frac{k_5}{k_4} A_5 \quad (1.1.3.64)$$

$$A_4 e^{-ik_4 w_4} + \frac{k_5}{k_4} A_5 + B_4 e^{ik_4 w_4} = 0 \quad (1.1.3.65)$$

Sınır şartlarından elde ettiğimiz (1.1.3.51), (1.1.3.53), (1.1.3.55), (1.1.3.57), (1.1.3.59), (1.1.3.61), (1.1.3.63), (1.1.3.65) denklemleri yine yukarıda ifade ettiğimiz denklem sistemi (1.1.3.35), (1.1.3.36), (1.1.3.37), (1.1.3.38), (1.1.3.39), (1.1.3.40), (1.1.3.41), (1.1.3.42) şeklinde gösterilir.

Burada,

$x = x_1$  de,

$$Z_1 = e^{ik_1 x_1}$$

$$Z_5 = e^{ik_1 x_1}$$

$$Z_2 = -1$$

$$Z_6 = \frac{k_2}{k_1}$$

$$Z_3 = e^{-ik_1 x_1}$$

$$Z_7 = -e^{-ik_1 x_1}$$

$$Z_4 = -1$$

$$Z_8 = -\frac{k_2}{k_1}$$

$x = x_2$  de,

$$Z_9 = e^{-ik_2 w_2}$$

$$Z_{13} = e^{-ik_2 w_2}$$

$$Z_{10} = -1$$

$$Z_{14} = -\frac{k_3}{k_2}$$

$$Z_{11} = e^{ik_2 w_2}$$

$$Z_{15} = -e^{-ik_2 w_2}$$

$$Z_{12} = -1$$

$$Z_{16} = \frac{k_3}{k_2}$$

$x = x_3$  de,

$$Z_{17} = e^{ik_3 w_3}$$

$$Z_{21} = e^{ik_3 w_3}$$

$$Z_{18} = -1$$

$$Z_{22} = \frac{k_4}{k_3}$$

$$Z_{19} = e^{-ik_3 w_3}$$

$$Z_{23} = -e^{-ik_3 w_3}$$

$$Z_{20} = -1$$

$$Z_{24} = -\frac{k_4}{k_3}$$

$x = x_4$  de,

$$Z_{25} = e^{-ik_4 w_4}$$

$$Z_{28} = e^{-ik_4 w_4}$$

$$Z_{26} = -1$$

$$Z_{29} = \frac{k_5}{k_4}$$

$$Z_{27} = e^{ik_4 w_4}$$

$$Z_{30} = e^{ik_4 w_4} \quad \text{olur.}$$

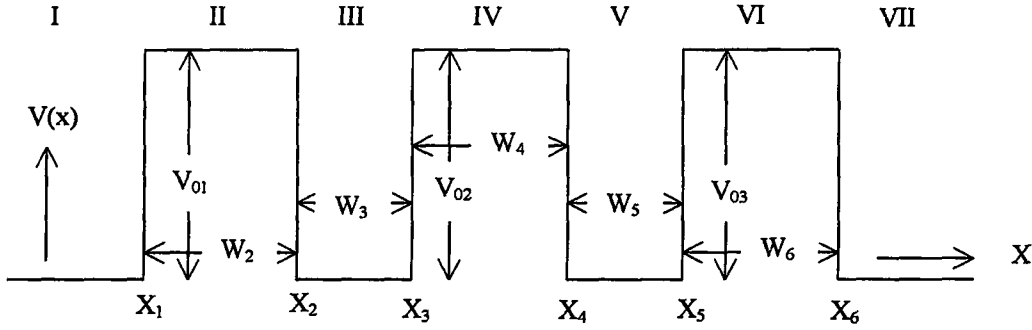
Bulduğumuz (1.1.3.51), (1.1.3.53), (1.1.3.55), (1.1.3.57), (1.1.3.59), (1.1.3.61), (1.1.3.63), (1.1.3.65) denklemlerinin her birinden bir katsayı çekilir ve diğer bir denklemden yerine konur. Bütün katsayılar belirlenir ve böylece  $A_5$  katsayısı bulunur.  $T$

geçiş katsayısı  $T = \left| \frac{A_5}{A_1} \right|^2$  olduğundan ve başlangıçta gelen dalganın genliği  $A_1 = 1$

alındığından  $T$  geçiş katsayısı bilgisayarda hesaplanmış olur.



### 1.1.4 Üç Engelli İki Potansiyel Kuyusu:



(Şekil-5) Üç Engelli İki Potansiyel Kuyusu

#### a) $E < V_0$ Durumu:

Aynı yöntemi üçlü potansiyel engeli içinde uygulayabiliriz. İlk olarak her bölgede Schrödinger dalga denklemini çözülerek dalga fonksiyonları oluşturulur. [8]

$$\text{I. Bölgede } -\infty < x \leq x_1 \quad \Psi_I(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (1.1.4.1)$$

$$\text{II. Bölgede } x_1 \leq x \leq x_2 \quad \Psi_{II}(x) = A_2 e^{-k_2(x-x_1)} + B_2 e^{k_2(x-x_1)} \quad (1.1.4.2)$$

$$\text{III. Bölgede } x_2 \leq x \leq x_3 \quad \Psi_{III}(x) = A_3 e^{ik_3(x-x_2)} + B_3 e^{-ik_3(x-x_2)} \quad (1.1.4.3)$$

$$\text{IV. Bölgede } x_3 \leq x \leq x_4 \quad \Psi_{IV}(x) = A_4 e^{-k_4(x-x_3)} + B_4 e^{k_4(x-x_3)} \quad (1.1.4.4)$$

$$\text{V. Bölgede } x_4 \leq x \leq x_5 \quad \Psi_V(x) = A_5 e^{ik_5(x-x_4)} + B_5 e^{-ik_5(x-x_4)} \quad (1.1.4.5)$$

$$\text{VI. Bölgede } x_5 \leq x \leq x_6 \quad \Psi_{VI}(x) = A_6 e^{-k_6(x-x_5)} + B_6 e^{k_6(x-x_5)} \quad (1.1.4.6)$$

$$\text{VII. Bölgede } x_6 \leq x < \infty \quad \Psi_{VII}(x) = A_7 e^{ik_7(x-x_6)} \quad (1.1.4.7)$$

Schrödinger dalga denklemini çözümünden pozitif dalga sayıları ,

$$k_1^2 = k_3^2 = k_5^2 = k_7^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_{01} - E)^2 \quad k_4^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_{02} - E)^2 \quad (1.1.4.8)$$

$$k_6^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_{03} - E)^2 \quad \text{olarak bulunur.}$$

Sınır şartları her bölge için sağlatılırsa,

$x = x_1$  noktasında,

$$\Psi_1(x) \Big|_{x=x_1} = \Psi_{11}(x) \Big|_{x=x_1} \Rightarrow A_1 e^{ik_1 x_1} + B_1 e^{-ik_1 x_1} = A_2 + B_2 \quad (1.1.4.9)$$

$$A_1 e^{ik_1 x_1} - A_2 + B_1 e^{-ik_1 x_1} - B_2 = 0 \quad (1.1.4.10)$$

$$\frac{d\Psi_1(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} = \frac{d\Psi_{11}(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} \Rightarrow A_1 e^{ik_1 x_1} - B_1 e^{-ik_1 x_1} = \frac{ik_2(A_2 - B_2)}{k_1} \quad (1.1.4.11)$$

$$A_1 e^{ik_1 x_1} - \frac{ik_2}{k_1} A_2 - B_1 e^{-ik_1 x_1} + \frac{ik_2}{k_1} B_2 = 0 \quad (1.1.4.12)$$

$x = x_2$  noktasında,

$$\Psi_{11}(x) \Big|_{x=x_2} = \Psi_{111}(x) \Big|_{x=x_2} \Rightarrow A_2 e^{-k_2(x_2-x_1)} + B_2 e^{k_2(x_2-x_1)} = A_3 + B_3 \quad (1.1.4.13)$$

$x_2 - x_1 = W_2$  dersek,

$$A_2 e^{-k_2 W_2} + B_2 e^{k_2 W_2} = A_3 + B_3$$

$$A_2 e^{-k_2 W_2} - A_3 + B_2 e^{k_2 W_2} - B_3 = 0 \quad (1.1.4.14)$$

$$\frac{d\Psi_{11}(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} = \frac{d\Psi_{111}(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} \Rightarrow A_2 e^{-k_2 W_2} - B_2 e^{k_2 W_2} = -\frac{ik_3}{k_2} (A_3 - B_3) \quad (1.1.4.15)$$

$$A_2 e^{-k_2 W_2} + \frac{ik_3}{k_2} A_3 - B_2 e^{k_2 W_2} - B_3 \frac{ik_3}{k_2} = 0 \quad (1.1.4.16)$$

$x = x_3$  noktasında,

$$\Psi_{111}(x) \Big|_{x=x_3} = \Psi_{1111}(x) \Big|_{x=x_3} \Rightarrow A_3 e^{ik_3(x_3-x_2)} + B_3 e^{-ik_3(x_3-x_2)} = A_4 + B_4 \quad (1.1.4.17)$$

$x_3 - x_2 = W_3$  dersek,  $A_3 e^{ik_3 W_3} + B_3 e^{-ik_3 W_3} = A_4 + B_4$

$$A_3 e^{ik_3 W_3} - A_4 + B_3 e^{-ik_3 W_3} - B_4 = 0 \quad (1.1.4.18)$$

$$\frac{d\Psi_{III}(x)}{dx} \Big|_{x=x_3} = \frac{d\Psi_{IV}(x)}{dx} \Big|_{x=x_3} \quad A_3 e^{ik_3 w_3} - B_3 e^{-ik_3 w_3} = \frac{ik_4}{k_3} (A_4 - B_4) \quad (1.1.4.19)$$

$$A_3 e^{ik_3 w_3} - \frac{ik_4}{k_3} A_4 - B_3 e^{-ik_3 w_3} + \frac{ik_4}{k_3} B_4 = 0 \quad (1.1.4.20)$$

$x = x_4$  noktasında,

$$\Psi_{IV}(x) \Big|_{x=x_4} = \Psi_V(x) \Big|_{x=x_4} \Rightarrow A_4 e^{-k_4(x_4-x_3)} + B_4 e^{k_4(x_4-x_3)} = A_5 + B_5 \quad (1.1.4.21)$$

$$x_4 - x_3 = w_4 \quad \text{dersek,} \Rightarrow \quad A_4 e^{-k_4 w_4} + B_4 e^{k_4 w_4} = A_5 + B_5$$

$$A_4 e^{-k_4 w_4} - A_5 + B_4 e^{k_4 w_4} - B_5 = 0 \quad (1.1.4.22)$$

$$\frac{d\Psi_{IV}(x)}{dx} \Big|_{x=x_4} = \frac{d\Psi_V(x)}{dx} \Big|_{x=x_4} \Rightarrow \quad A_4 e^{-k_4 w_4} - B_4 e^{k_4 w_4} = -\frac{ik_5}{k_4} (A_5 - B_5) \quad (1.1.4.23)$$

$$A_4 e^{-k_4 w_4} + \frac{ik_5}{k_4} A_5 - B_4 e^{k_4 w_4} - \frac{ik_5}{k_4} B_5 = 0 \quad (1.1.4.24)$$

$x = x_5$  noktasında,

$$\Psi_V(x) \Big|_{x=x_5} = \Psi_{VI}(x) \Big|_{x=x_5} \Rightarrow A_5 e^{ik_5(x_5-x_4)} + B_5 e^{-ik_5(x_5-x_4)} = A_6 + B_6 \quad (1.1.4.25)$$

$$x_5 - x_4 = w_5 \quad \text{dersek,} \Rightarrow \quad A_5 e^{ik_5 w_5} + B_5 e^{-ik_5 w_5} = A_6 + B_6$$

$$A_5 e^{ik_5 w_5} - A_6 + B_5 e^{-ik_5 w_5} - B_6 = 0 \quad (1.1.4.26)$$

$$\frac{d\Psi_V(x)}{dx} \Big|_{x=x_5} = \frac{d\Psi_{VI}(x)}{dx} \Big|_{x=x_5} \Rightarrow \quad A_5 e^{ik_5 w_5} - B_5 e^{-ik_5 w_5} = -\frac{ik_6}{k_5} (A_6 - B_6) \quad (1.1.4.27)$$

$$A_5 e^{ik_5 w_5} + \frac{ik_6}{k_5} A_6 - B_5 e^{-ik_5 w_5} - \frac{ik_6}{k_5} B_6 = 0 \quad (1.1.4.28)$$

$x = x_6$  noktasında,

$$\Psi_{VI}(x) \Big|_{x=x_6} = \Psi_{VII}(x) \Big|_{x=x_6} \Rightarrow A_6 e^{-k_6(x_6-x_5)} + B_6 e^{k_6(x_6-x_5)} = A_7 \quad (1.1.4.29)$$

$$x_6 - x_5 = w_6 \quad \text{dersek,} \quad \Rightarrow A_6 e^{-k_6 w_6} + B_6 e^{k_6 w_6} = A_7$$

$$A_6 e^{-k_6 w_6} - A_7 + B_6 e^{k_6 w_6} = 0 \quad (1.1.4.30)$$

$$\frac{d\Psi_{VI}(x)}{dx} \Big|_{x=x_6} = \frac{d\Psi_{VII}(x)}{dx} \Big|_{x=x_7} \Rightarrow A_6 e^{-k_6 w_6} - B_6 e^{k_6 w_6} = -\frac{i k_7}{k_6} A_7 \quad (1.1.4.31)$$

$$A_6 e^{-k_6 w_6} + \frac{i k_7}{k_6} A_7 - B_6 e^{k_6 w_6} = 0 \quad (1.1.4.32)$$

Yukarıda sınır şartlarından bulduğumuz oniki denklemi (1.1.4.10), (1.1.4.12), (1.1.4.14), (1.1.4.16), (1.1.4.18), (1.1.4.20), (1.1.4.22), (1.1.4.24), (1.1.4.26), (1.1.4.28), (1.1.4.30), ve (1.1.4.32), aşağıdaki gibi gösterebiliriz.

$x = x_1$  noktasında,

$$Z_1 a_1 + Z_2 a_2 + Z_3 b_1 + Z_4 b_2 = 0 \quad (1.1.4.33)$$

$$Z_5 a_1 + Z_6 a_2 + Z_7 b_1 + Z_8 b_2 = 0 \quad (1.1.4.34)$$

$x = x_2$  noktasında,

$$Z_9 a_2 + Z_{10} a_3 + Z_{11} b_2 + Z_{12} b_3 = 0 \quad (1.1.4.35)$$

$$Z_{13} a_2 + Z_{14} a_3 + Z_{15} b_2 + Z_{16} b_3 = 0 \quad (1.1.4.36)$$

$x = x_3$  noktasında,

$$Z_{17} a_3 + Z_{18} a_4 + Z_{19} b_3 + Z_{20} b_4 = 0 \quad (1.1.4.37)$$

$$Z_{21} a_3 + Z_{22} a_4 + Z_{23} b_3 + Z_{24} b_4 = 0 \quad (1.1.4.38)$$

$x = x_4$  noktasında,

$$Z_{25} a_4 + Z_{26} a_5 + Z_{27} b_4 + Z_{28} b_5 = 0 \quad (1.1.4.39)$$

$$Z_{29} a_4 + Z_{30} a_5 + Z_{31} b_4 + Z_{32} b_5 = 0 \quad (1.1.4.40)$$

$x = x_5$  noktasında,

$$Z_{33} a_5 + Z_{34} a_6 + Z_{35} b_5 + Z_{36} b_6 = 0 \quad (1.1.4.41)$$

$$Z_{37} a_5 + Z_{38} a_6 + Z_{39} b_5 + Z_{40} b_6 = 0 \quad (1.1.4.42)$$

$x = x_6$  noktasında,

$$Z_{41} a_6 + Z_{42} a_7 + Z_{43} b_5 + Z_{44} b_6 = 0 \quad (1.1.4.43)$$

$$Z_{45} a_6 + Z_{46} a_7 + Z_{47} b_5 + Z_{48} b_6 = 0 \quad (1.1.4.44)$$

Bu gösterimde,

$x = x_1$  de,

$$Z_1 = e^{ik_1 x_1}$$

$$Z_5 = e^{ik_1 x_1}$$

$$Z_2 = -1$$

$$Z_6 = -\frac{ik_2}{k_1}$$

$$Z_3 = e^{-ik_1 x_1}$$

$$Z_7 = -e^{-ik_1 x_1}$$

$$Z_4 = -1$$

$$Z_8 = \frac{ik_2}{k_1}$$

$x = x_2$  de,

$$Z_9 = e^{-k_2 w_2}$$

$$Z_{13} = e^{k_2 w_2}$$

$$Z_{10} = -1$$

$$Z_{14} = \frac{ik_3}{k_2}$$

$$Z_{11} = e^{k_2 w_2}$$

$$Z_{15} = -e^{k_2 w_2}$$

$$Z_{12} = -1$$

$$Z_{16} = -\frac{ik_3}{k_2}$$

$x = x_3$  de,

$$Z_{17} = e^{ik_3 w_3}$$

$$Z_{18} = -1$$

$$Z_{19} = e^{-ik_3 w_3}$$

$$Z_{20} = -1$$

$$Z_{21} = e^{ik_3 w_3}$$

$$Z_{22} = -\frac{ik_4}{k_3}$$

$$Z_{23} = -e^{-ik_3 w_3}$$

$$Z_{24} = \frac{ik_4}{k_3}$$

$x = x_4$  de,

$$Z_{25} = e^{-k_4 w_4}$$

$$Z_{26} = -1$$

$$Z_{27} = e^{k_4 w_4}$$

$$Z_{28} = -1$$

$$Z_{29} = e^{-k_4 w_4}$$

$$Z_{30} = \frac{ik_5}{k_4}$$

$$Z_{31} = -e^{k_4 w_4}$$

$$Z_{32} = -\frac{ik_5}{k_4}$$

$x = x_5$  de,

$$Z_{33} = e^{-ik_5 w_5}$$

$$Z_{34} = -1$$

$$Z_{35} = e^{-ik_5 w_5}$$

$$Z_{36} = -1$$

$$Z_{37} = e^{ik_5 w_5}$$

$$Z_{38} = \frac{ik_6}{k_5}$$

$$Z_{39} = -e^{ik_5 w_5}$$

$$Z_{40} = -\frac{ik_6}{k_5}$$

$x = x_6$  de,

$$Z_{41} = e^{-k_6 w_6}$$

$$Z_{42} = -1$$

$$Z_{43} = e^{k_6 w_6}$$

$$Z_{44} = e^{-k_6 w_6}$$

$$Z_{45} = \frac{ik_7}{k_6}$$

$$Z_{46} = -e^{k_6 w_6}$$

**b)E>Vo Durumu:**

Her bölgede Schrödinger dalga denklemi çözülerek dalga fonksiyonları oluşturulur.

$$\text{I. Bölgede } -\infty < x \leq x_1 \quad \Psi_I(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (1.1.4.45)$$

$$\text{II. Bölgede } x_1 \leq x \leq x_2 \quad \Psi_{II}(x) = A_2 e^{-ik_2(x-x_1)} + B_2 e^{ik_2(x-x_1)} \quad (1.1.4.46)$$

$$\text{III. Bölgede } x_2 \leq x \leq x_3 \quad \Psi_{III}(x) = A_3 e^{ik_3(x-x_2)} + B_3 e^{-ik_3(x-x_2)} \quad (1.1.4.47)$$

$$\text{IV. Bölgede } x_3 \leq x \leq x_4 \quad \Psi_{IV}(x) = A_4 e^{-ik_4(x-x_3)} + B_4 e^{ik_4(x-x_3)} \quad (1.1.4.48)$$

$$\text{V. Bölgede } x_4 \leq x \leq \infty \quad \Psi_V(x) = A_5 e^{ik_5(x-x_4)} + B_5 e^{-ik_5(x-x_4)} \quad (1.1.4.49)$$

$$\text{VI. Bölgede } x_5 \leq x \leq x_6 \quad \Psi_{VI}(x) = A_6 e^{-ik_6(x-x_5)} + B_6 e^{ik_6(x-x_5)} \quad (1.1.4.50)$$

$$\text{VII. Bölgede } x_6 \leq x \leq \infty \quad \Psi_{VII}(x) = A_7 e^{ik_7(x-x_6)} \quad (1.1.4.51)$$

Schrödinger dalga denklemi çözümünden pozitif dalga sayıları,

$$k_1^2 = k_3^2 = k_5^2 = k_7^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} ; k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_{01})^2 ; k_4^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_{02})^2 \quad (1.1.4.52)$$

Sınır şartları sağlatılırsa,

$x = x_1$  noktasında,

$$\Psi_I(x) \Big|_{x=x_1} = \Psi_{II}(x) \Big|_{x=x_1} \quad \Rightarrow \quad A_1 e^{ik_1 x_1} + B_1 e^{-ik_1 x_1} = A_2 + B_2 \quad (1.1.4.53)$$

$$A_1 e^{ik_1 x_1} - A_2 + B_1 e^{-ik_1 x_1} - B_2 = 0 \quad (1.1.4.54)$$

$$\frac{d\Psi_I(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} = \frac{d\Psi_{II}(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} \Rightarrow \quad A_1 e^{ik_1 x_1} - B_1 e^{-ik_1 x_1} = -\frac{k_2(A_2 - B_2)}{k_1} \quad (1.1.4.55)$$

$$A_1 e^{ik_1 x_1} + \frac{k_2}{k_1} A_2 - B_1 e^{-ik_1 x_1} - \frac{k_2}{k_1} B_2 = 0 \quad (1.1.4.56)$$

$x = x_2$  noktasında,

$$\Psi_{11}(x) \Big|_{x=x_2} = \Psi_{111}(x) \Big|_{x=x_2} \Rightarrow A_2 e^{-ik_2(x_2-x_1)} + B_2 e^{ik_2(x_2-x_1)} = A_3 + B_3 \quad (1.1.4.57)$$

$$x_2 - x_1 = W_2 \quad \text{dersek,} \quad A_2 e^{-ik_2 W_2} + B_2 e^{ik_2 W_2} = A_3 + B_3$$

$$A_2 e^{-ik_2 W_2} - A_3 + B_2 e^{ik_2 W_2} - B_3 = 0 \quad (1.1.4.58)$$

$$\frac{d\Psi_{11}(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} = \frac{d\Psi_{111}(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} \Rightarrow A_2 e^{-ik_2 W_2} - B_2 e^{ik_2 W_2} = -\frac{k_3}{k_2}(A_3 - B_3) \quad (1.1.4.59)$$

$$A_2 e^{-ik_2 W_2} + \frac{k_3}{k_2} A_3 - B_2 e^{ik_2 W_2} - B_3 \frac{k_3}{k_2} = 0 \quad (1.1.4.60)$$

$x = x_3$  noktasında,

$$\Psi_{111}(x) \Big|_{x=x_3} = \Psi_{1V}(x) \Big|_{x=x_3} \quad A_3 e^{ik_3(x_3-x_2)} + B_3 e^{-ik_3(x_3-x_2)} = A_4 + B_4 \quad (1.1.4.61)$$

$$x_3 - x_2 = w_3 \quad \text{dersek,} \quad A_3 e^{ik_3 w_3} + B_3 e^{-ik_3 w_3} = A_4 + B_4$$

$$A_3 e^{ik_3 w_3} - A_4 + B_3 e^{-ik_3 w_3} - B_4 = 0 \quad (1.1.4.62)$$

$$\frac{d\Psi_{111}(x)}{dx} \Big|_{x=x_3} = \frac{d\Psi_{1V}(x)}{dx} \Big|_{x=x_3} \quad A_3 e^{ik_3 w_3} - B_3 e^{-ik_3 w_3} = -\frac{k_4}{k_3}(A_4 - B_4) \quad (1.1.4.63)$$

$$A_3 e^{ik_3 w_3} + \frac{k_4}{k_3} A_4 - B_3 e^{-ik_3 w_3} - \frac{k_4}{k_3} B_4 = 0 \quad (1.1.4.64)$$

$x = x_4$  noktasında,

$$\Psi_{1V}(x) \Big|_{x=x_4} = \Psi_V(x) \Big|_{x=x_4} \Rightarrow A_4 e^{-ik_4(x_4-x_3)} + B_4 e^{ik_4(x_4-x_3)} = A_5 + B_5 \quad (1.1.4.65)$$

$$x_4 - x_3 = w_4 \quad \text{dersek,} \quad \Rightarrow A_4 e^{-ik_4 w_4} + B_4 e^{ik_4 w_4} = A_5 + B_5$$



$$A_4 e^{-ik_4 w_4} - A_5 + B_4 e^{ik_4 w_4} - B_5 = 0 \quad (1.1.4.66)$$

$$\frac{d\Psi_{IV}(x)}{dx} \Big|_{x=x_4} = \frac{d\Psi_V(x)}{dx} \Big|_{x=x_4} \Rightarrow A_4 e^{-ik_4 w_4} - B_4 e^{ik_4 w_4} = -\frac{k_5}{k_4} (A_5 - B_5) \quad (1.1.4.67)$$

$$A_4 e^{-ik_4 w_4} + \frac{k_5}{k_4} A_5 - B_4 e^{ik_4 w_4} + B_5 = 0 \quad (1.1.4.68)$$

$x = x_5$  noktasında,

$$\Psi_V(x) \Big|_{x=x_5} = \Psi_{VI}(x) \Big|_{x=x_5} \Rightarrow A_5 e^{ik_5(x_5-x_4)} + B_5 e^{-ik_5(x_5-x_4)} = A_6 + B_6 \quad (1.1.4.69)$$

$$x_5 - x_4 = w_5 \quad \text{dersek,} \quad \Rightarrow A_5 e^{ik_5 w_5} + B_5 e^{-ik_5 w_5} = A_6 + B_6$$

$$A_5 e^{ik_5 w_5} - A_6 + B_5 e^{-ik_5 w_5} - B_6 = 0 \quad (1.1.4.70)$$

$$\frac{d\Psi_V(x)}{dx} \Big|_{x=x_5} = \frac{d\Psi_{VI}(x)}{dx} \Big|_{x=x_5} \Rightarrow A_5 e^{ik_5 w_5} - B_5 e^{-ik_5 w_5} = -\frac{k_6}{k_5} (A_6 - B_6) \quad (1.1.4.71)$$

$$A_5 e^{ik_5 w_5} + \frac{k_6}{k_5} A_6 - B_5 e^{-ik_5 w_5} - \frac{k_6}{k_5} B_6 = 0 \quad (1.1.4.72)$$

$x = x_6$  noktasında,

$$\Psi_{VI}(x) \Big|_{x=x_6} = \Psi_{VII}(x) \Big|_{x=x_6} \Rightarrow A_6 e^{-ik_6(x_6-x_5)} + B_6 e^{ik_6(x_6-x_5)} = A_7 \quad (1.1.4.73)$$

$$x_6 - x_5 = w_6 \quad \text{dersek,} \quad \Rightarrow A_6 e^{-ik_6 w_6} + B_6 e^{ik_6 w_6} = A_7$$

$$A_6 e^{-ik_6 w_6} - A_7 + B_6 e^{ik_6 w_6} = 0 \quad (1.1.4.74)$$

$$\frac{d\Psi_{VI}(x)}{dx} \Big|_{x=x_6} = \frac{d\Psi_{VII}(x)}{dx} \Big|_{x=x_6} \Rightarrow A_6 e^{-ik_6 w_6} - B_6 e^{ik_6 w_6} = -\frac{k_7}{k_6} A_7 \quad (1.1.4.75)$$

$$A_6 e^{-ik_6 w_6} + \frac{k_7}{k_6} A_7 - B_6 e^{ik_6 w_6} = 0 \quad (1.1.4.76)$$

E<Vo durumu için yukarıda yaptığımız gösterimi E>Vo durumu içinde yapabiliriz. Bu gösterime göre E>Vo durumu için sınır şartlarından elde ettiğimiz (1.1.4.54), (1.1.4.56), (1.1.4.58), (1.1.4.60), (1.1.4.62), (1.1.4.64), (1.1.4.66), (1.1.4.68), (1.1.4.70), (1.1.4.72), (1.1.4.74), (1.1.4.76), denklemleri, (1.1.4.33), (1.1.4.34), (1.1.4.35), (1.1.4.36), (1.1.4.37), (1.1.4.38), (1.1.4.39), (1.1.4.40), (1.1.4.41), (1.1.4.42), (1.1.4.43), (1.1.4.44), denklemlerine karşılık gelir.

Burada,

$$x = x_1 \quad \text{de,}$$

$$Z_1 = e^{ik_1 x_1}$$

$$Z_5 = e^{ik_1 x_1}$$

$$Z_2 = -1$$

$$Z_6 = \frac{k_2}{k_1}$$

$$Z_3 = e^{-ik_1 x_1}$$

$$Z_7 = -e^{-ik_1 x_1}$$

$$Z_4 = -1$$

$$Z_8 = -\frac{k_2}{k_1}$$

$$x = x_2 \quad \text{de,}$$

$$Z_9 = e^{-ik_2 w_2}$$

$$Z_{13} = e^{-ik_2 w_2}$$

$$Z_{10} = -1$$

$$Z_{14} = \frac{k_3}{k_2}$$

$$Z_{11} = e^{ik_2 w_2}$$

$$Z_{15} = -e^{ik_2 w_2}$$

$$Z_{12} = -1$$

$$Z_{16} = -\frac{k_3}{k_2}$$

$$x = x_3 \quad \text{de,}$$

$$Z_{17} = e^{ik_3 w_3}$$

$$Z_{21} = e^{ik_3 w_3}$$

$$Z_{18} = -1$$

$$Z_{22} = \frac{k_4}{k_3}$$

$$Z_{19} = e^{-ik_3 w_3}$$

$$Z_{23} = -e^{-ik_3 w_3}$$

$$Z_{20} = -1$$

$$Z_{24} = -\frac{k_4}{k_3}$$

$x = x_4$  de,

$$Z_{25} = e^{-ik_4 w_4}$$

$$Z_{29} = e^{-ik_4 w_4}$$

$$Z_{26} = -1$$

$$Z_{30} = \frac{k_5}{k_4}$$

$$Z_{27} = e^{ik_4 w_4}$$

$$Z_{31} = -e^{ik_4 w_4}$$

$$Z_{28} = -1$$

$$Z_{32} = 1$$

$x = x_5$  de,

$$Z_{33} = e^{ik_5 w_5}$$

$$Z_{37} = e^{ik_5 w_5}$$

$$Z_{34} = -1$$

$$Z_{38} = \frac{k_6}{k_5}$$

$$Z_{35} = e^{-ik_5 w_5}$$

$$Z_{39} = -e^{-ik_5 w_5}$$

$$Z_{36} = -1$$

$$Z_{40} = -\frac{k_6}{k_5}$$

$x = x_6$  de,

$$Z_{41} = e^{-ik_6 w_6}$$

$$Z_{44} = e^{-ik_6 w_6}$$

$$Z_{42} = -1$$

$$Z_{45} = \frac{k_7}{k_6}$$

$$Z_{43} = e^{ik_6 w_6}$$

$$Z_{46} = -e^{ik_6 w_6}$$

Sınır şartlarından elde ettiğimiz (1.1.4.54), (1.1.4.56), (1.1.4.58), (1.1.4.60), (1.1.4.62), (1.1.4.64), (1.1.4.66), (1.1.4.68), (1.1.4.70), (1.1.4.72), (1.1.4.74), (1.1.4.76), denklemlerinin her birinden bir katsayı çekilir ve diğer denklemde yerine konur. Bütün

katsayılar bulunur ve böylece  $A_7$  katsayısı bulunur.  $T$  geçiş katsayısı  $T = \left| \frac{A_7}{A_1} \right|^2$

olduğundan ve başlangıçta gelen dalganın genliği  $A_1 = 1$  alındığından  $T$  geçiş katsayısı bilgisayarda hesaplanmış olur.



---

**2.BÖLÜM**  
**NÜMERİK HESAPLAMALAR**

---



## 2.1.BASAMAK POTANSİYELİNİN İNCELENMESİ

Şekil 2 'deki basamak potansiyelinde  $E > V_0$  Durumu için Schrödinger dalga denkleminin çözümlerinden (1.1.6) ve (1.1.8) denklemleri çıkarılmıştır. Bu hesaplamalarda,  $\frac{\hbar^2}{2m^*} = 1$  alınmıştır. Bunun sebebi, yapılan nümerik işlemlerdeki çok büyük ve çok küçük sayılardan kaçınmak içindir. Ayrıca  $a^*$  etkin Bohr yarıçapı,  $\epsilon$  dielektrik sabiti ( $\epsilon = 12.5$ ) ve  $m^*$  etkin kütle ( $m^* = 0.067 m_0$ ) olmak üzere ( $m_0$ , durgun elektron kütesidir.);

$$R^* = \frac{\hbar^2}{2m^*(a^*)^2} \quad \text{ve} \quad a^* = \frac{\hbar^2 \epsilon}{m^* e^2}$$

ifadelerinde  $R^* = 5.83 \text{ meV}$  ve  $a^* = 98.73 \text{ \AA}$  olarak hesaplanmıştır. Çizdiğimiz bu grafikler 3.Bölümde  $E = 40 R^*$  ve  $V_0 = 25 R^*$  değerleri için  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği ve  $\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafikleri sırasıyla, şekil(3.1) ve şekil(3.2) de gösterilmiştir.

$E < V_0$  durumunda Schrödinger dalga denklemlerinin çözümlerinden (1.1.18) ve (1.1.20) denklemleri bulunmuştur.  $E = 25 R^*$  ve  $V_0 = 40 R^*$  değerleri için  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği ve  $\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafikleri sırasıyla, şekil(3.3) ve şekil(3.4) de gösterilmiştir.

## 2.2. POTANSİYEL ENGELİ VE TÜNEL OLAYININ İNCELENMESİ

Şekil 3'deki potansiyel engeline  $E > V_0$  durumu için Schrödinger dalga denkleminin çözümlerinden (1.1.2.1),(1.1.2.2) ve (1.1.2.3) denklemleri çıkarılmıştır. Burada  $E = 40 R^*$ ,  $V_0 = 25 R^*$  ve  $L = 0.5 a^*$  alınarak  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği ve  $\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafikleri sırasıyla, şekil(3.5) ve şekil(3.6) de gösterilmiştir. T geçiş katsayısı (1.1.2.15)'de çıkarılarak T' nin  $L(a^*)$  bağlı grafiği şekil (3.7)'de çizilmiştir.

$E < V_0$  durumu için Schrödinger dalga denkleminin çözümlerinden (1.1.2.17),(1.1.2.18) ve (1.1.2.19) denklemleri bulunmuştur. Burada da  $E = 25 R^*$ ,

$V_0=40R^*$  ve  $L=0.5a^*$  alınarak,  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği ve  $\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafikleri sırasıyla, şekil(3.8) ve şekil(3.9) de çizilmiştir. T geçiş katsayısı (1.1.2.29)'da hesaplanmış ve T' nin  $L(a^*)$  bağlı grafiği şekil (3.10) da gösterilmiştir.

### 2.3. İKİ ENGELLİ TEK POTANSİYEL KUYUSUNUN İNCELENMESİ

Şekil 4'de gösterilen iki engelli tek potansiyel kuyusunda  $E < V_0$  durumunda Schrödinger dalga denklemi çözülerek elde edilen denklemler (1.1.3.1), (1.1.3.2), (1.1.3.3), (1.1.3.4) ve (1.1.3.5)'de, T geçiş katsayısı (1.1.3.34)'de verilmiştir. Burada  $E=25R^*$ ,  $V_{01} = 40R^*$ ,  $V_{02} = 40R^*$ , engel genişliği  $L=W_2=W_4=0.5a^*$  ve  $W_3=1a^*$  alınarak,  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği ve  $\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafikleri sırasıyla, şekil(3.12) ve şekil(3.13) de çizilmiştir. T geçiş katsayısının  $L(a^*)$ 'a bağlı grafiği şekil (3.14)'de gösterilmiştir.

$E > V_0$  durumunda Schrödinger dalga denklemi çözümünden elde edilen denklemler (1.1.3.43),(1.1.3.44), (1.1.3.45), (1.1.3.46), ve (1.1.3.47)'de verilmiştir. Burada  $E=40R^*$ ,  $V_{01} = 25R^*$ ,  $V_{02} = 25R^*$ , engel genişliği  $L=W_2=W_4=0.5a^*$  ve  $W_3=1a^*$  alınarak  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği şekil(3.15)'de,  $\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği şekil(3.16)'da çizilmiştir.(1.1.3.43) ve (1.1.3.47) denklemlerinden  $\left| \frac{A_5}{A_1} \right|^2$  katsayıları oranı yani T geçiş katsayısı nümerik olarak bilgisayar yardımıyla hesaplandı ve T geçiş katsayısının eşit seçilen  $L(a^*)$  engel genişliğine bağlı değişim grafiği şekil(3.17)'de gösterilmiştir.

### 2.4. ÜÇ ENGELLİ İKİ POTANSİYEL KUYUSUNUN İNCELENMESİ

Şekil 5'de gösterilen üç engelli iki potansiyel kuyusunda, Schrödinger dalga denklemi  $E < V_0$  durumu için çözülerek (1.1.4.1), (1.1.4.2), (1.1.4.3), (1.1.4.4), (1.1.4.5), (1.1.4.6) ve (1.1.4.7) denklemleri çıkarılmıştır. Burada enerji  $E=25R^*$ , engel potansiyelleri  $V_{01}=40R^*$ ,  $V_{02}=40R^*$  ve  $V_{03}=40R^*$ , engel genişliği  $L=W_2=W_4=W_6=0.5a^*$  ve  $W_3=W_5=1a^*$  alınarak,  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği Şekil (3.18)'de,  $\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği şekil(3.19)'da çizilmiştir. (1.1.4.1) ve

(1.1.4.7) denklemlerinden  $\left| \frac{A_7}{A_1} \right|^2$  katsayıları oranı olan T geçiş katsayısı nümerik olarak

bilgisayar yardımıyla hesaplandı. T geçiş katsayısının eşit seçilen  $L(a^*)$  engel genişliğine bağlı değişim grafiği şekil (3.20)'de verilmiştir.

$E > V_0$  durumunda Schrödinger dalga denkleminin çözümlerinden (1.1.4.45), (1.1.4.46), (1.1.4.47), (1.1.4.48), (1.1.4.49), (1.1.4.50) ve (1.1.4.51) denklemleri çıkarılmıştır. Burada enerji  $E = 40 R^*$ , engel potansiyelleri  $V_{01} = 25 R^*$ ,  $V_{02} = 25 R^*$  ve  $V_{03} = 25 R^*$ , engel genişliği  $L = W_2 = W_4 = W_6 = 0.5 a^*$  ve  $W_3 = W_5 = 1 a^*$  alınarak,  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği ve  $\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği sırasıyla şekil (3.21) ve şekil

(3.22)'de gösterilmiştir. T geçiş katsayısı, (1.1.4.1) ve (1.1.4.7) denklemlerindeki  $\left| \frac{A_7}{A_1} \right|^2$

katsayılarının oranından bilgisayar yardımıyla hesaplandı. T' nin  $L(a^*)$ 'a bağlı grafiği şekil (3.23)'de çizilmiştir.

Şekil 5 deki üç engelli iki potansiyel kuyusunda, enerji  $E = 50 R^*$ , engel potansiyelleri  $V_{01} = 40 R^*$ ,  $V_{02} = 60 R^*$ ,  $V_{03} = 30 R^*$ , engel genişliği  $L = W_2 = W_4 = W_6 = 0.5 a^*$  ve  $W_3 = W_5 = 1 a^*$  alınarak Schrödinger dalga denkleminin çözümlerinden (1.1.4.45), (1.1.4.46), (1.1.4.47), (1.1.4.48), (1.1.4.49), (1.1.4.50) ve (1.1.4.51) denklemleri bulunmuştur.  $\Psi(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği şekil (3.24)'de,

$\Psi^2(x)$ 'in  $x(a^*)$ 'e bağlı grafiği şekil (3.25)'de ve T geçiş katsayısında  $\left| \frac{A_7}{A_1} \right|^2$  oranından

bilgisayar yardımıyla hesaplanarak T' nin  $L(a^*)$ 'a bağlı değişim grafiği şekil (3.26)'da gösterilmiştir.

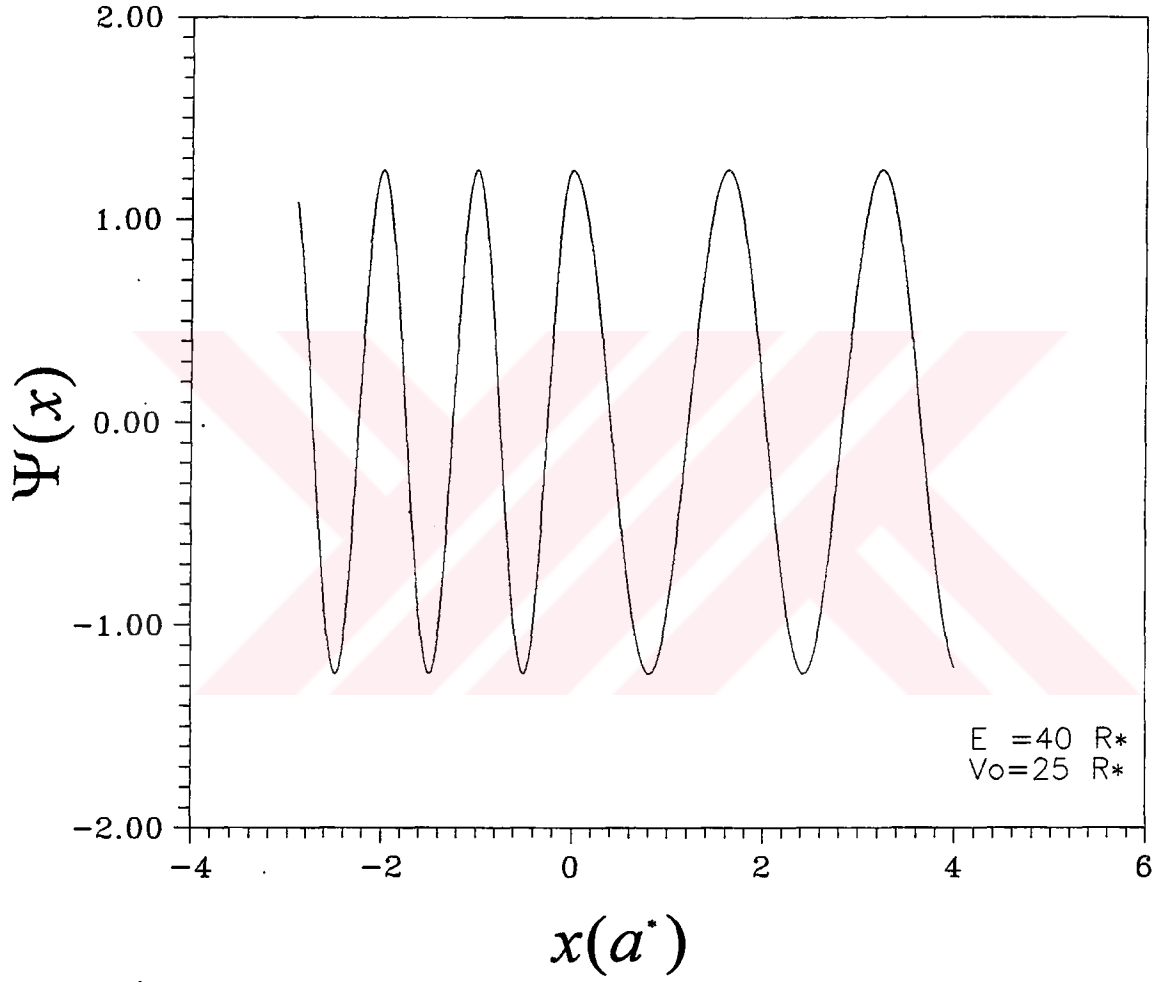


---

**3. BÖLÜM**  
**NÜMERİK HESAPLAMALAR SONUCUNDA ÇİZİLEN GRAFİKLER**

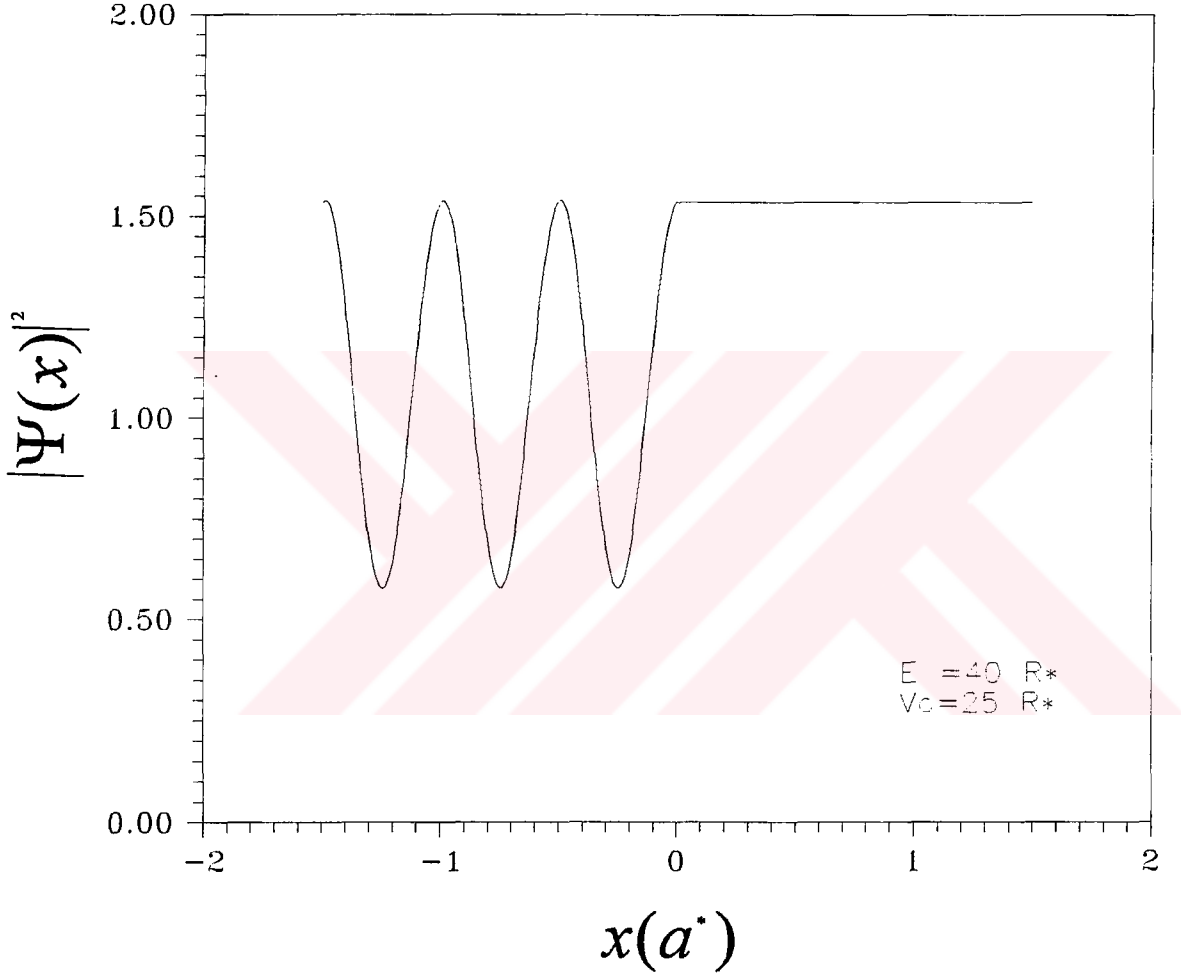
---

**BU GRAFİKLER BİLGİSAYARDA FORTRAN-77 DİLİNDE YAZILAN  
PROGRAMLARLA ÇİZİLMİŞTİR.**



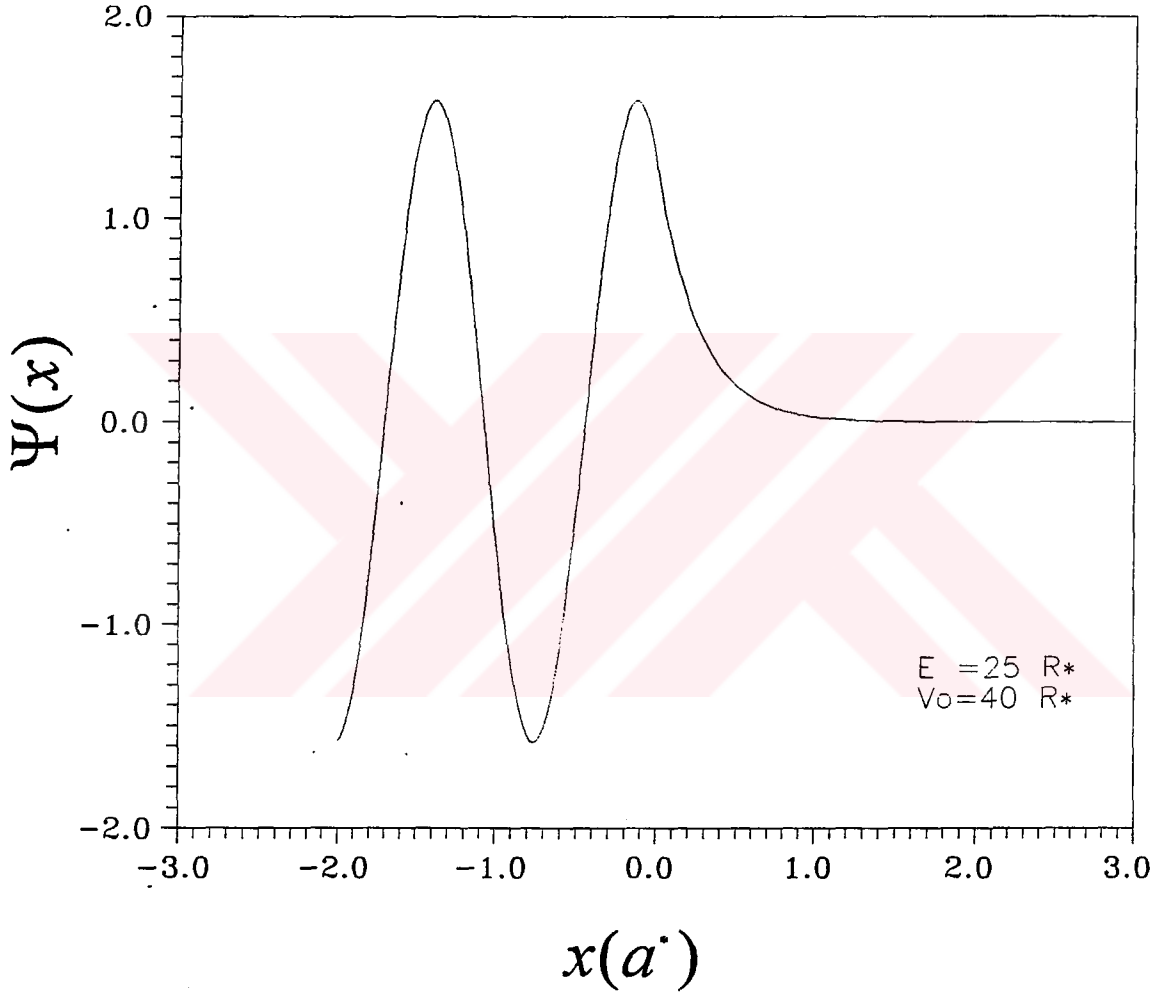
ŞEKİL (3.1)

Potansiyel basamağında enerjinin, basamak potansiyelinden büyük olması durumunda kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



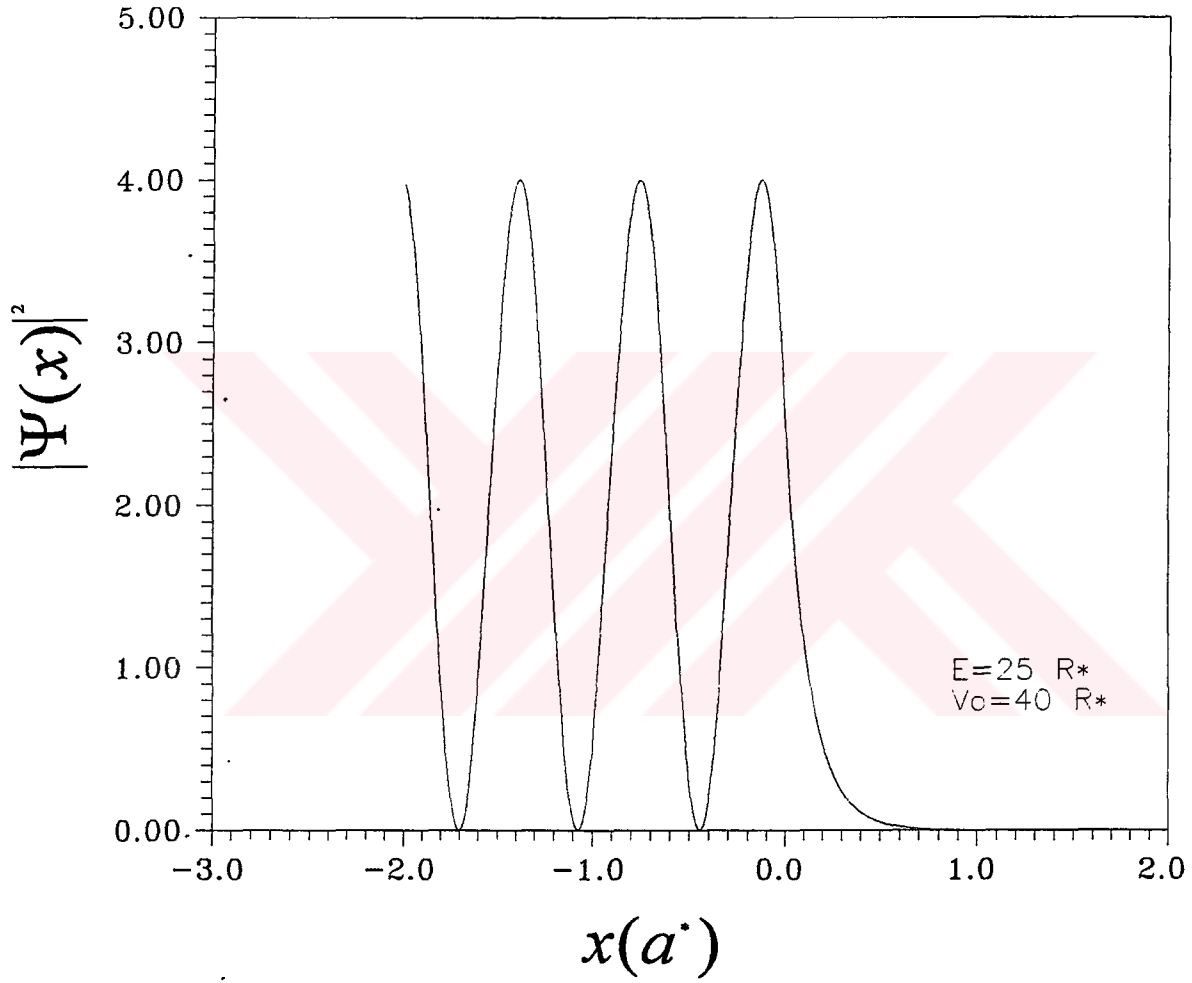
ŞEKİL (3.2)

Potansiyel basamağında enerjinin, basamak potansiyelinden büyük olması durumunda olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ , nin konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



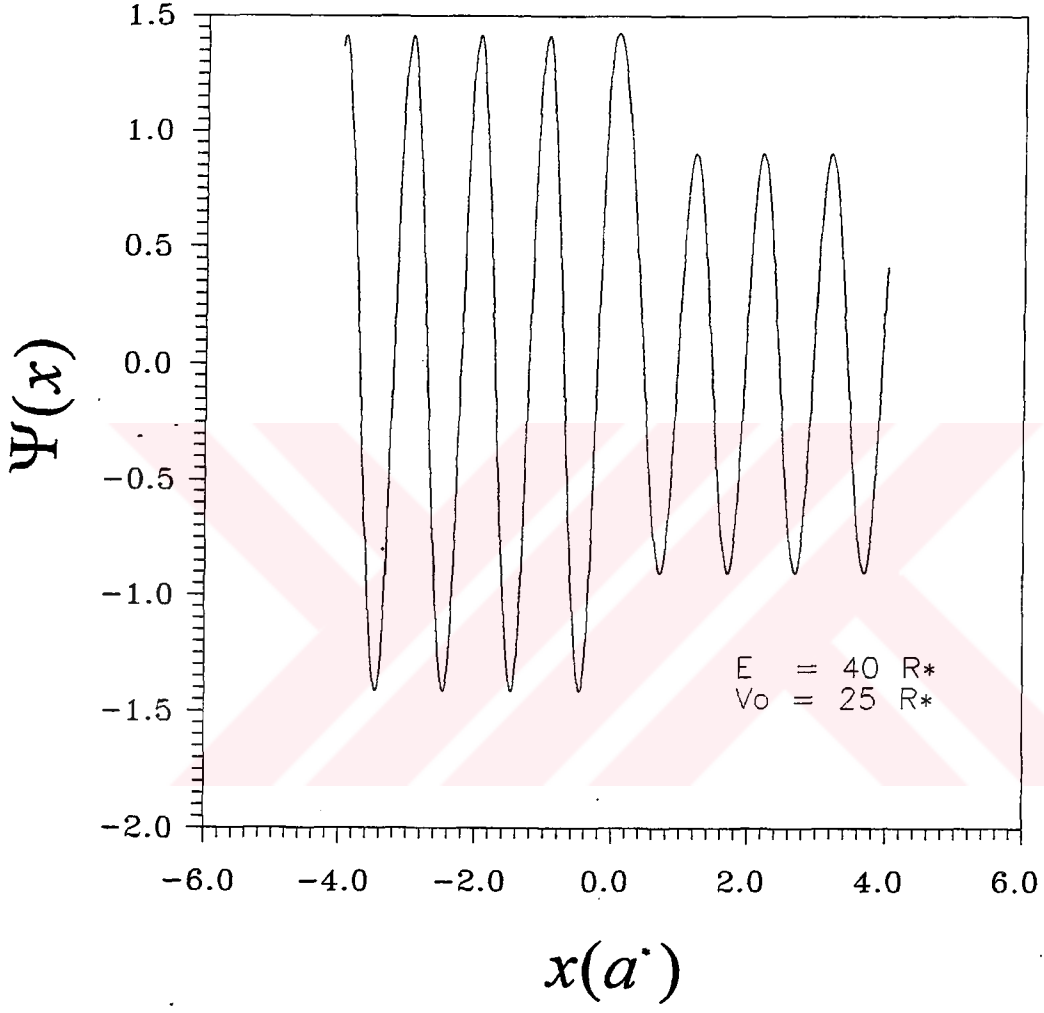
ŞEKİL (3.3)

Potansiyel basamağında enerjinin, basamak potansiyelinden küçük olması durumunda kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



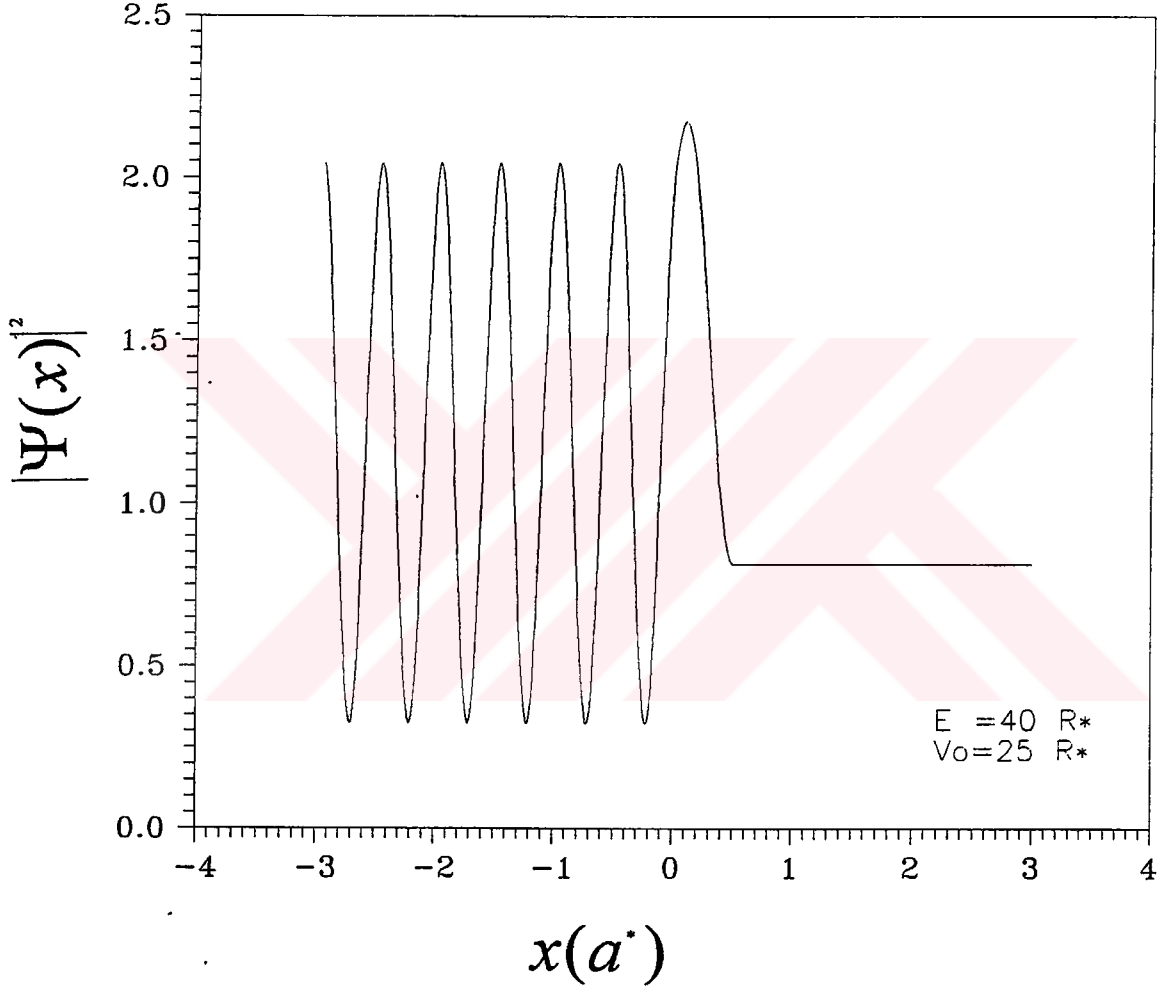
ŞEKİL (3.4)

Potansiyel basamağında enerjinin, basamak potansiyelinden küçük olması durumunda olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ 'nin konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



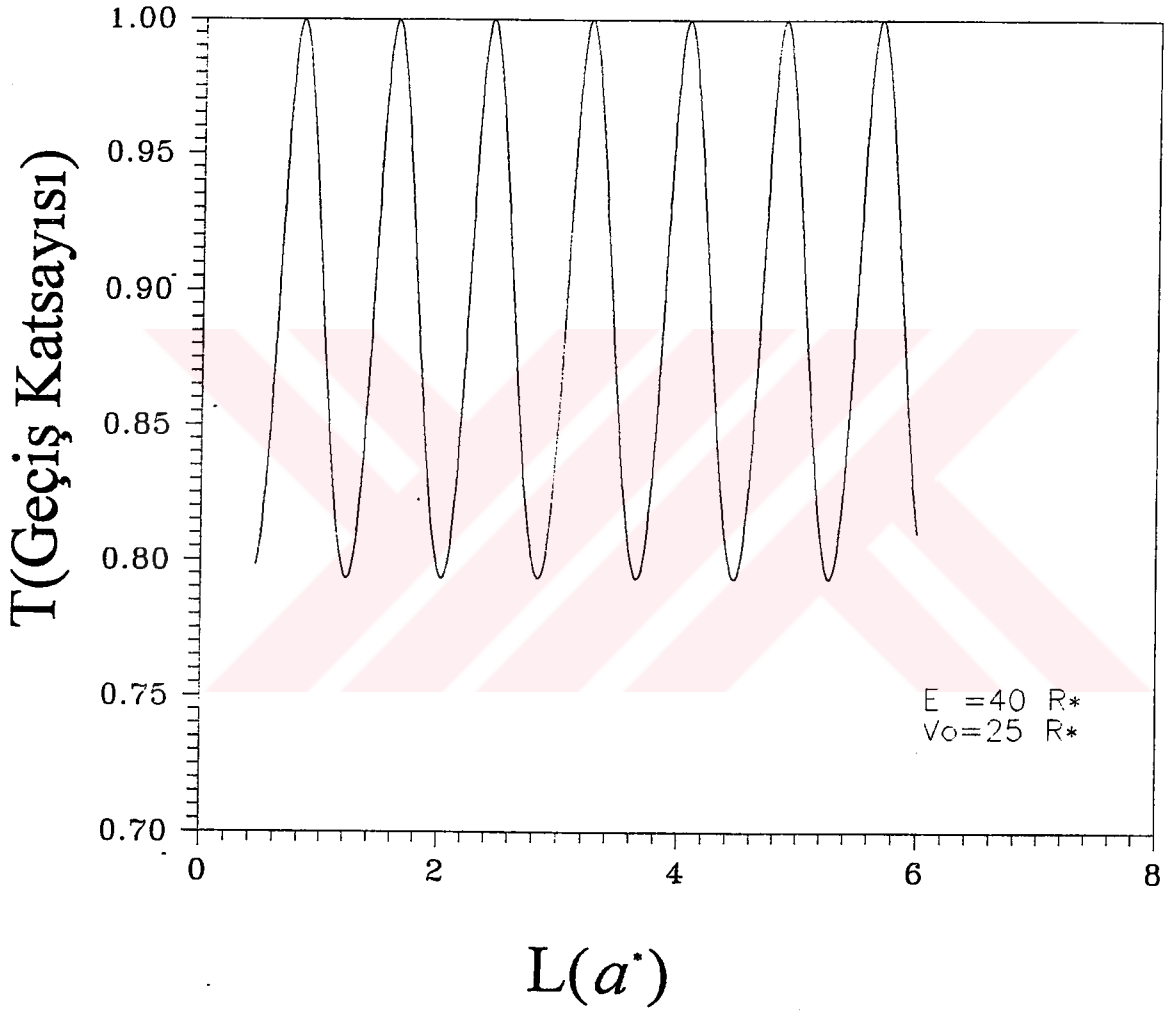
ŞEKİL (3.5)

Potansiyel engelinde enerjinin, engel potansiyelinden büyük olması halinde kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



ŞEKİL (3.6)

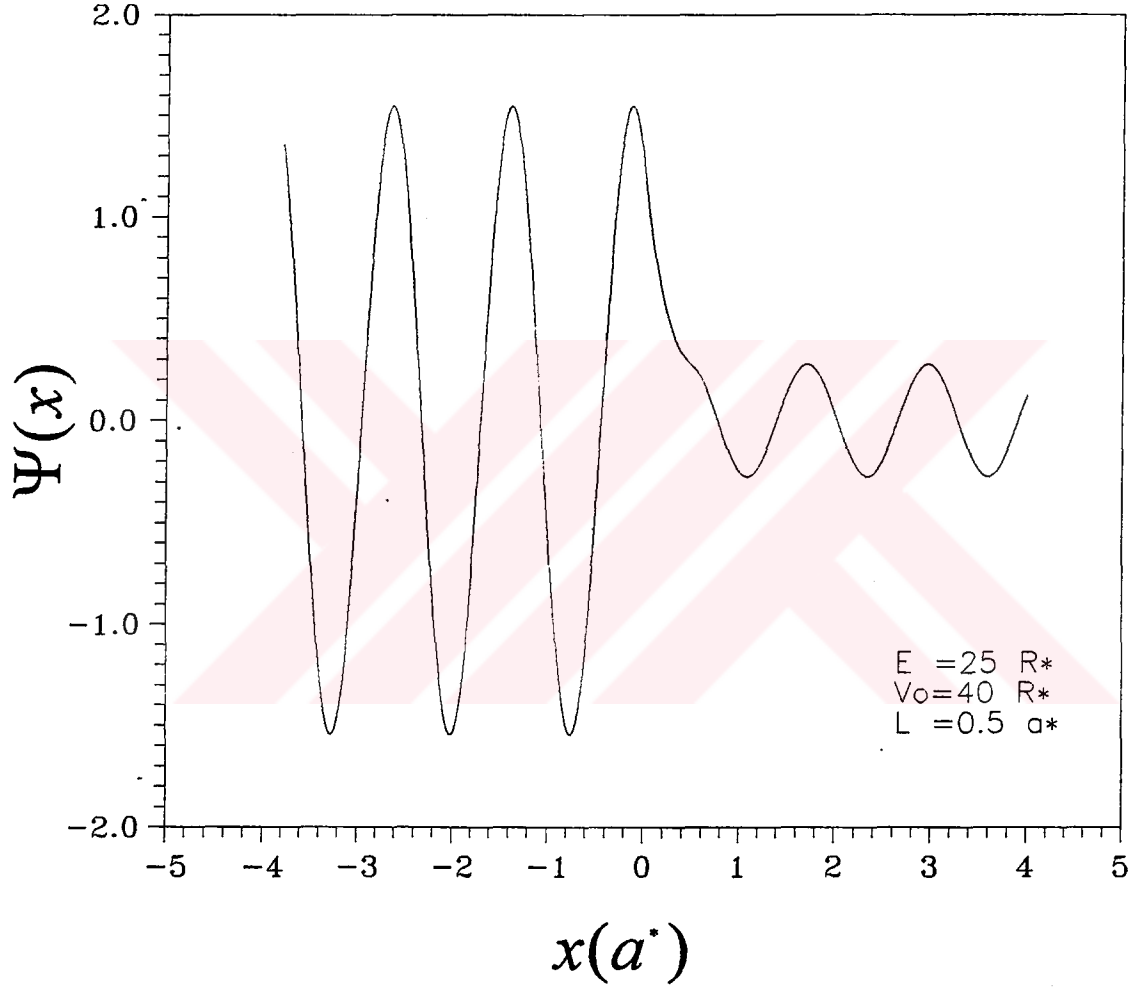
Potansiyel engelinde enerjinin, engel potansiyelinden büyük olması halinde olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ 'nin konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



ŞEKİL (3.7)

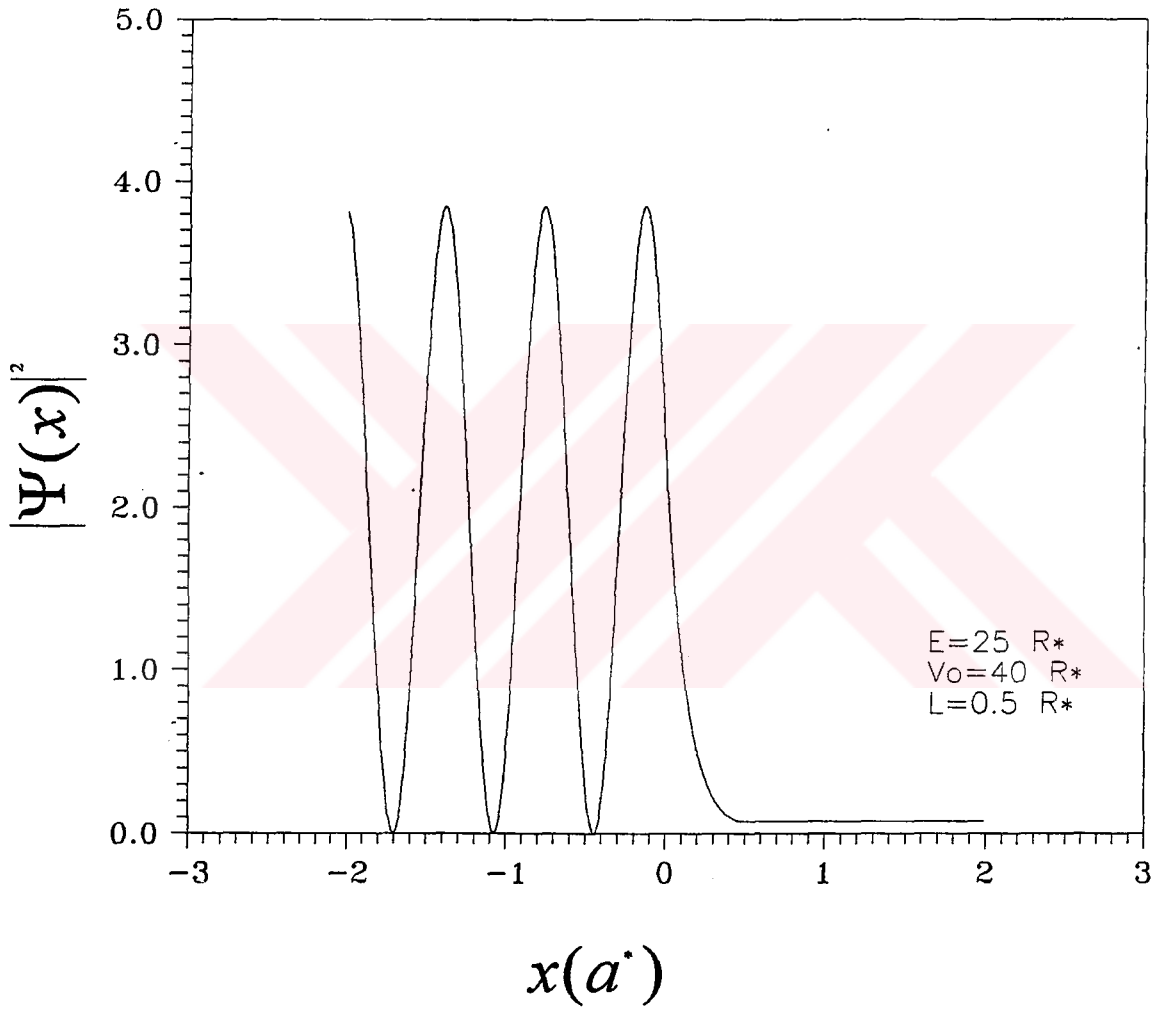
Potansiyel engelinde enerjinin, engel potansiyelinden büyük olması halinde  $T$  geçiş katsayısının,  $L(a^*)$ 'engel genişliğine bağlı değişimini gösteren grafik





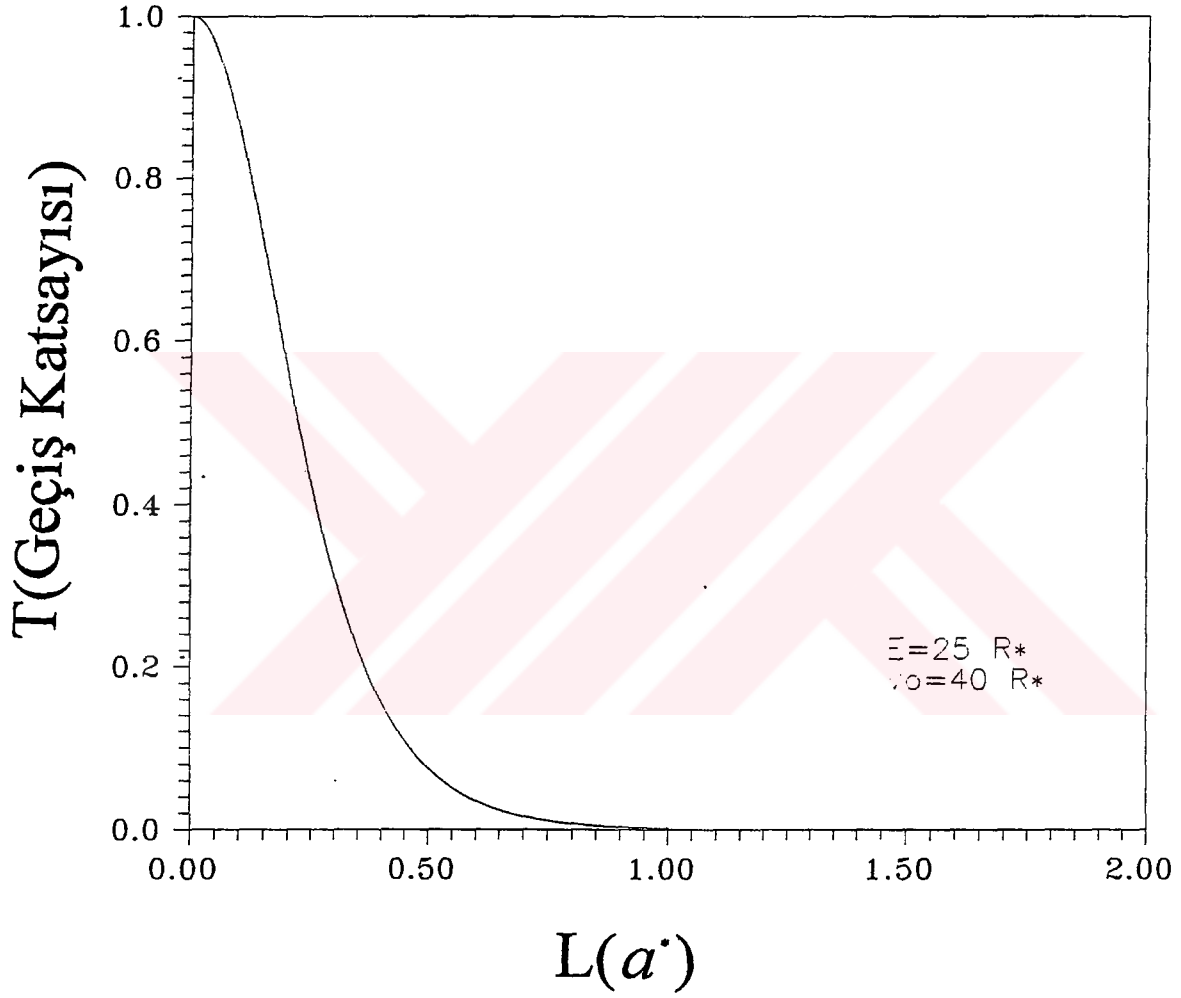
ŞEKİL (3.8)

Potansiyel engelinde enerjinin, engel potansiyelinden küçük olması halinde kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



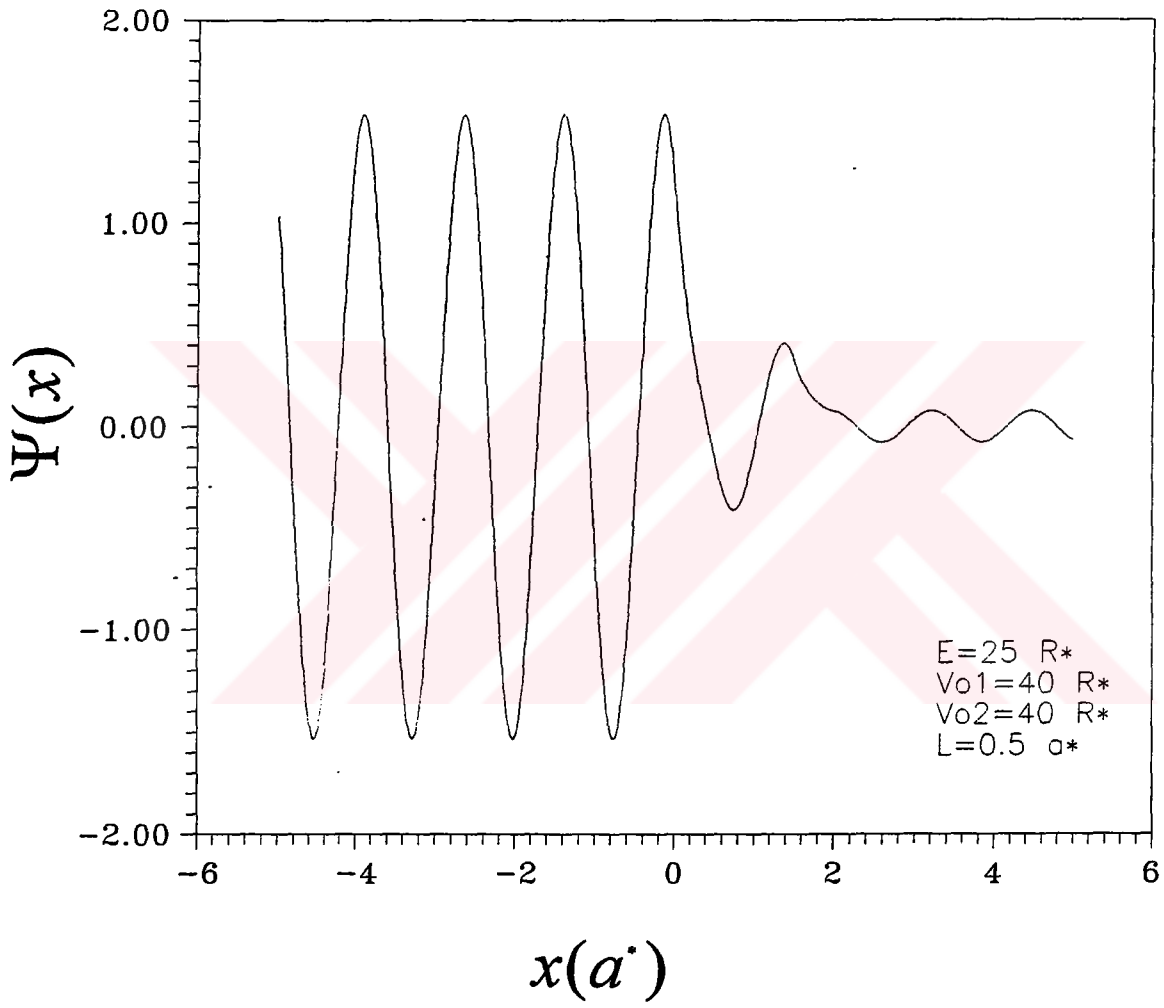
ŞEKİL (3.9)

Potansiyel engelinde enerjinin, engel potansiyelinden küçük olması halinde olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ 'nin konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



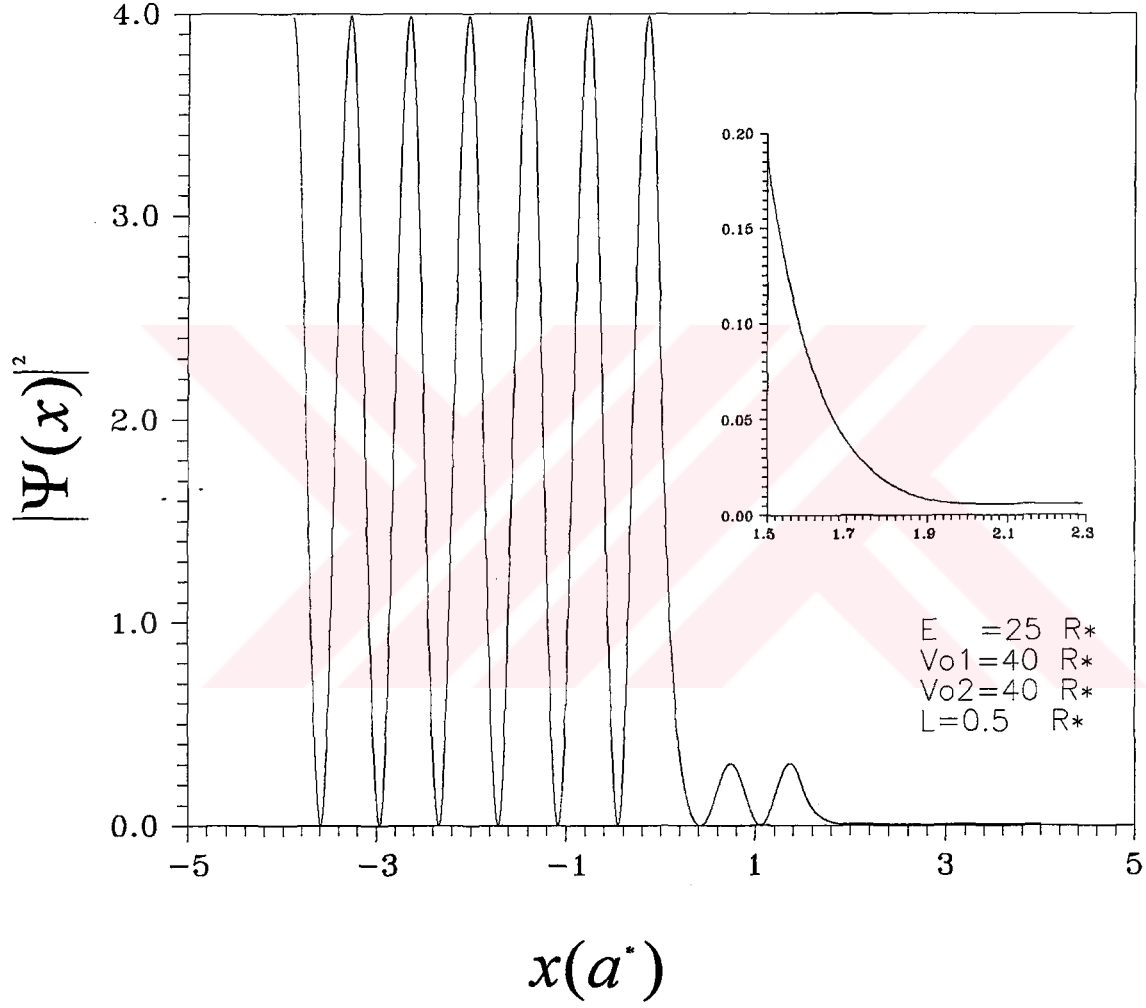
ŞEKİL (3.10)

Potansiyel engelinde enerjinin, engel potansiyelinden küçük olması halinde  $T$  geçiş katsayısının  $L(a^*)$  engel genişliğine bağlı değişimini gösteren grafik.



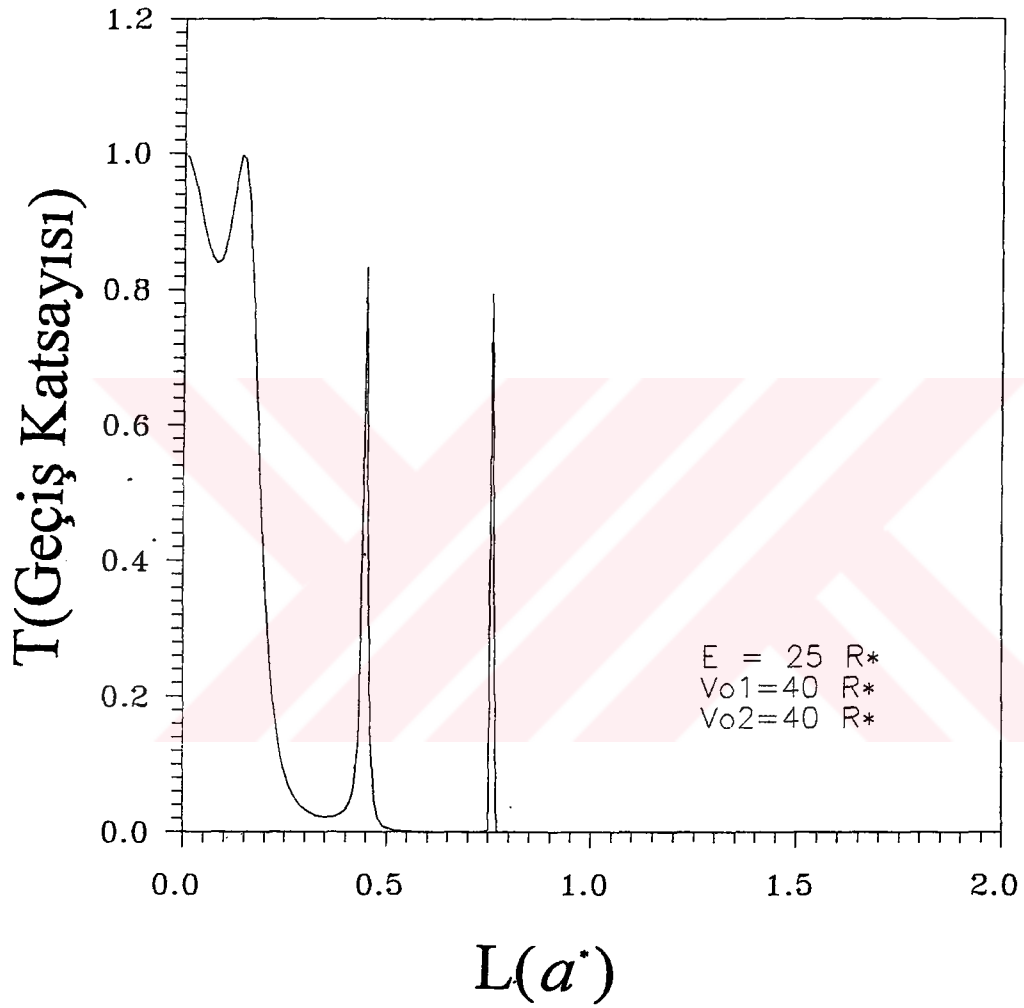
ŞEKİL (3.12)

İki engelli tek potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden küçük olması halinde kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.



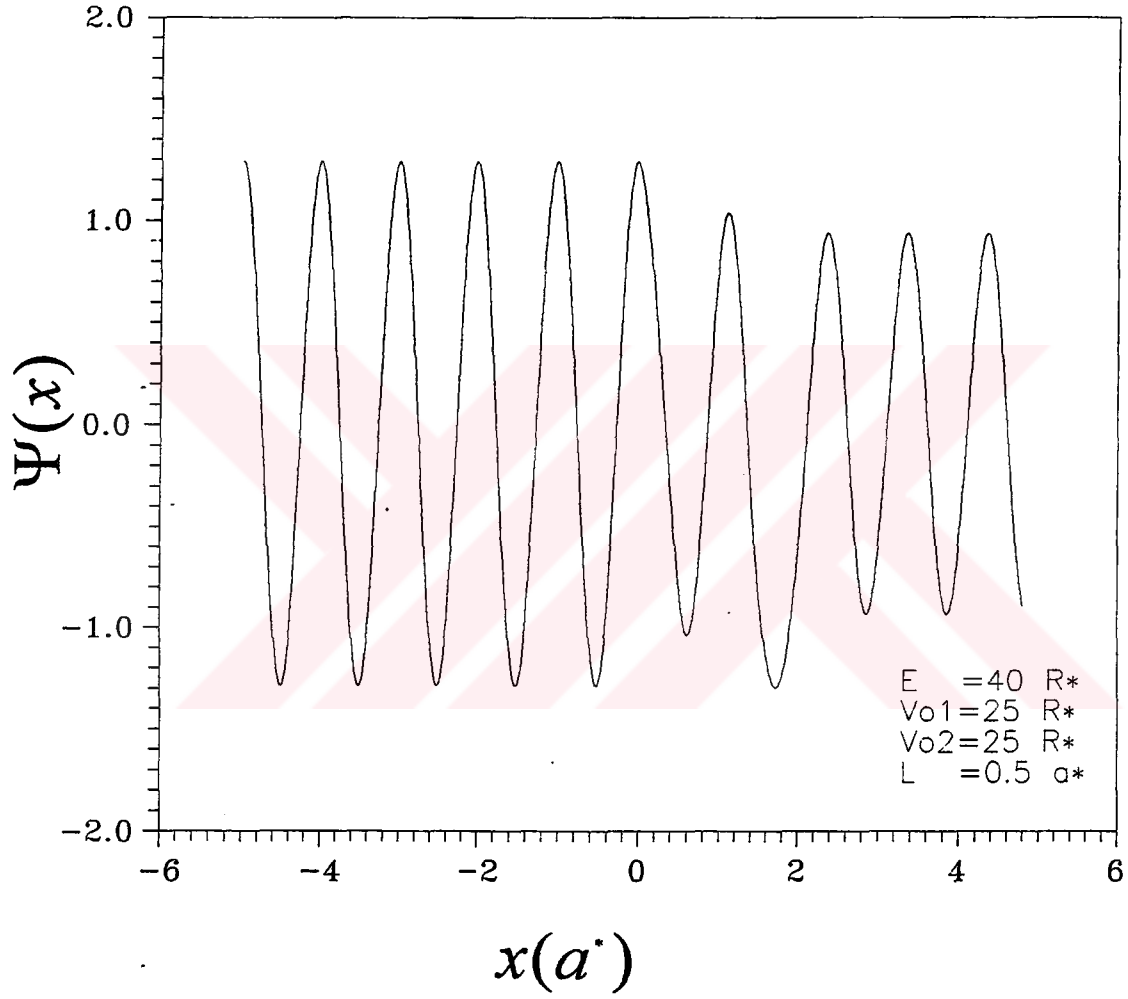
ŞEKİL (3.13)

İki engelli tek potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden küçük olması halinde olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ 'nin konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik



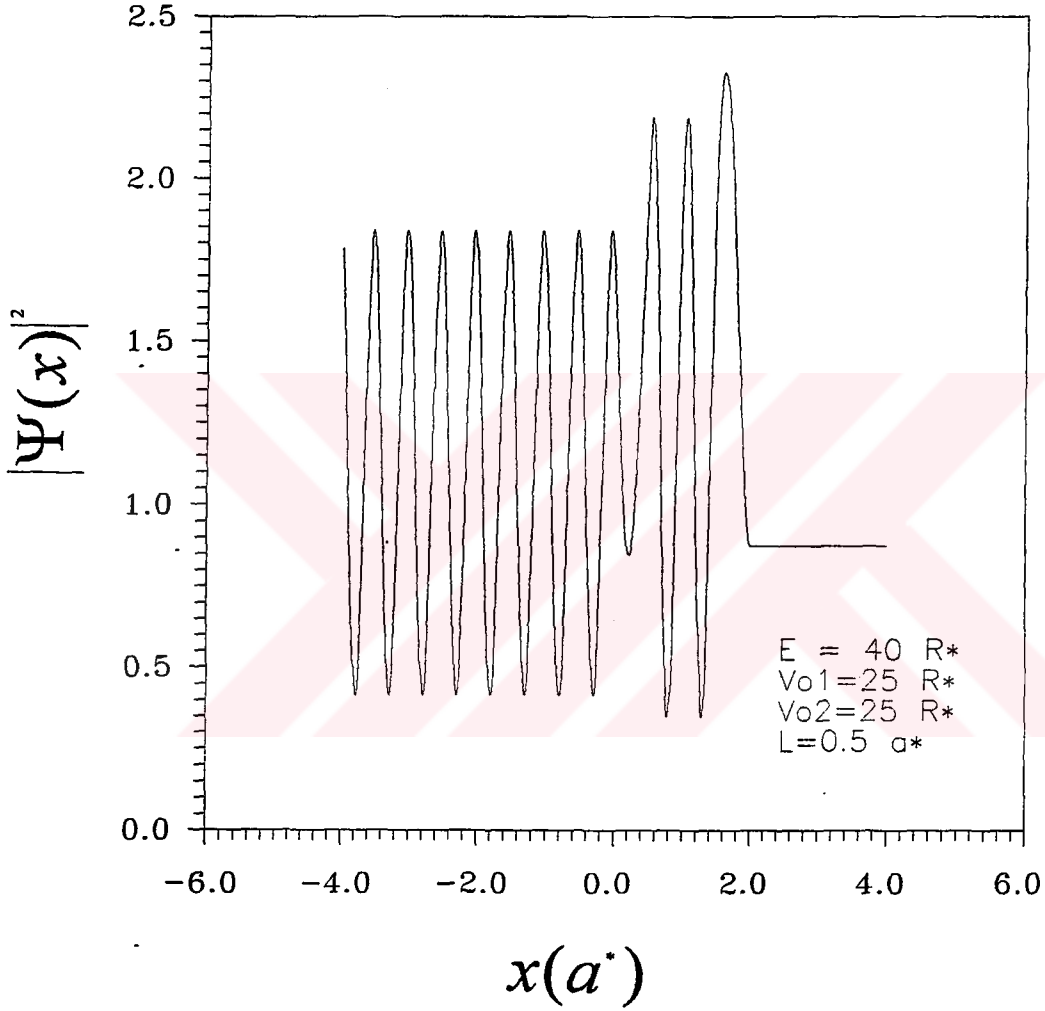
ŞEKİL (3.14)

İki engelli tek potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden küçük olması durumunda  $T$  geçiş katsayısının,  $L(a^*)$  engel genişliğine bağlı değişimini gösteren grafik.



ŞEKİL (3.15)

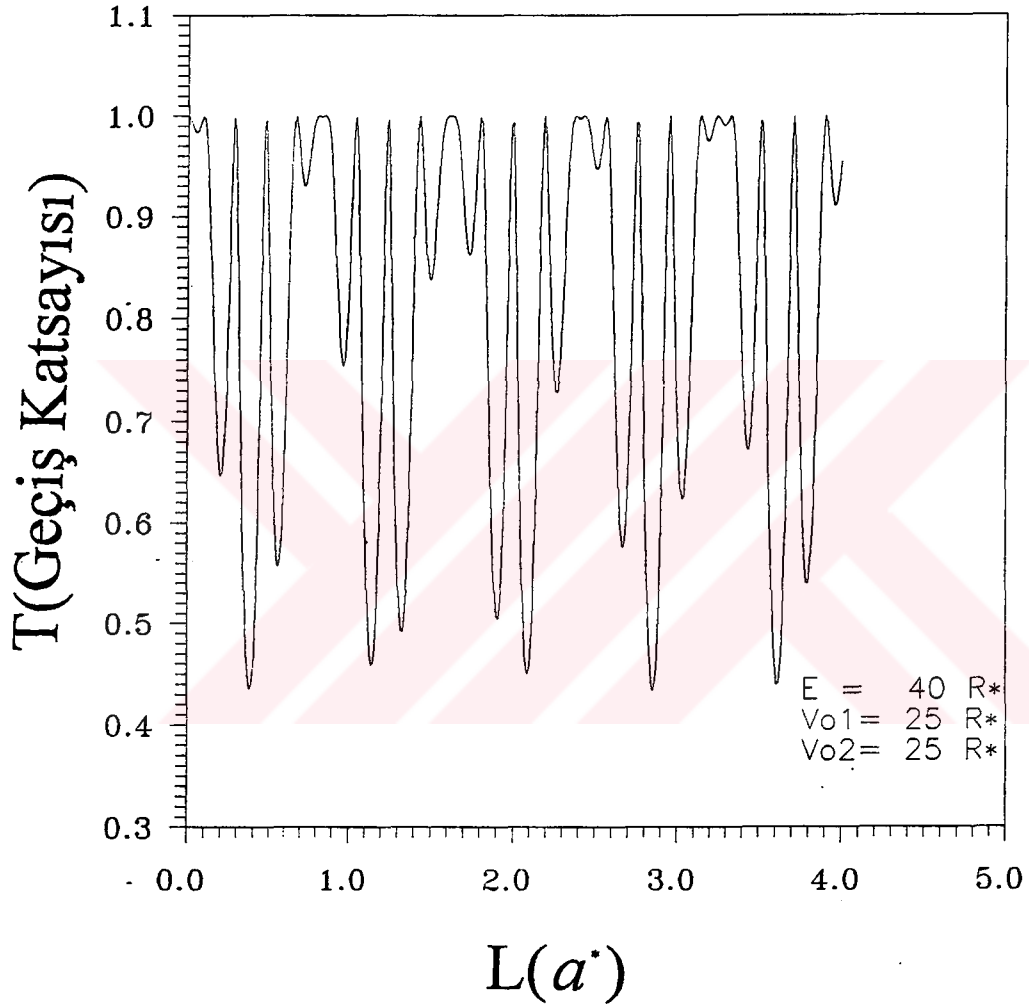
İki engelli tek potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden büyük olması halinde kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.



ŞEKİL (3.16)

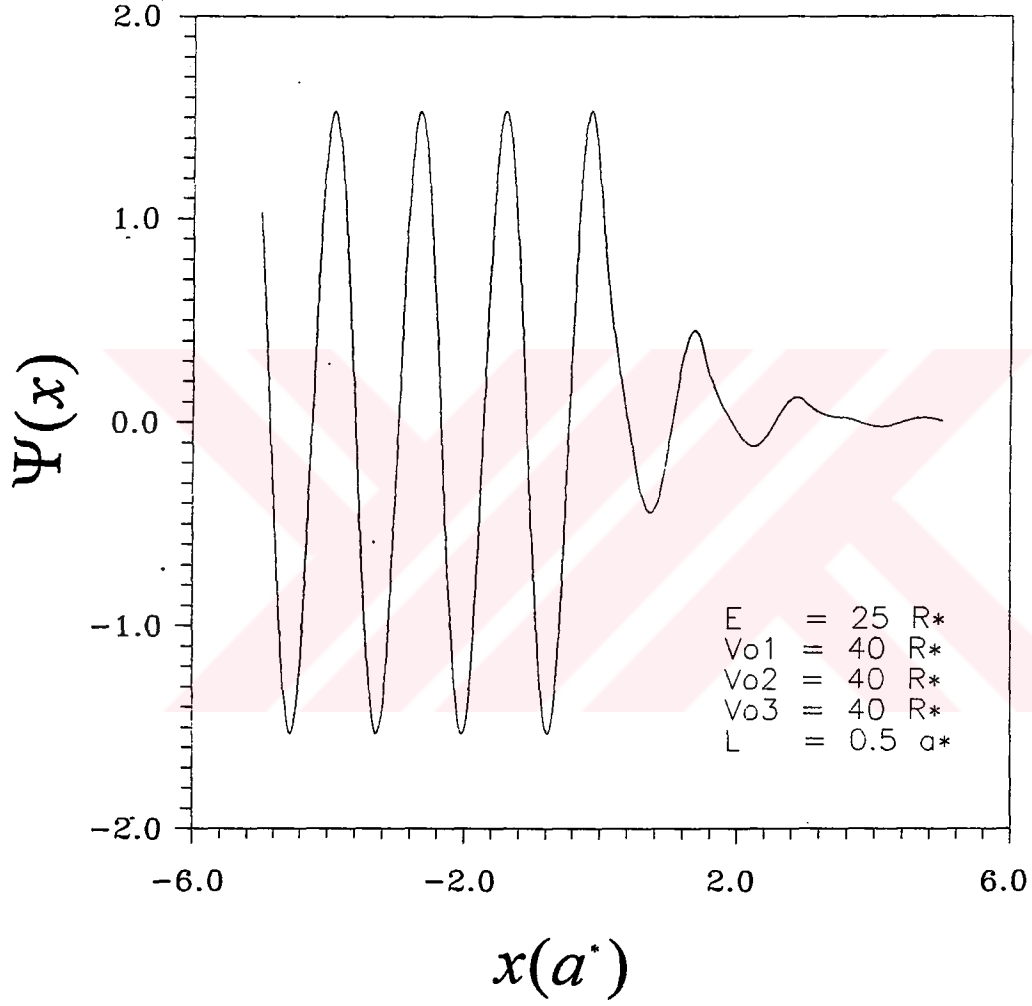
İki engelli tek potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden büyük olması halinde olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ 'nin konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.





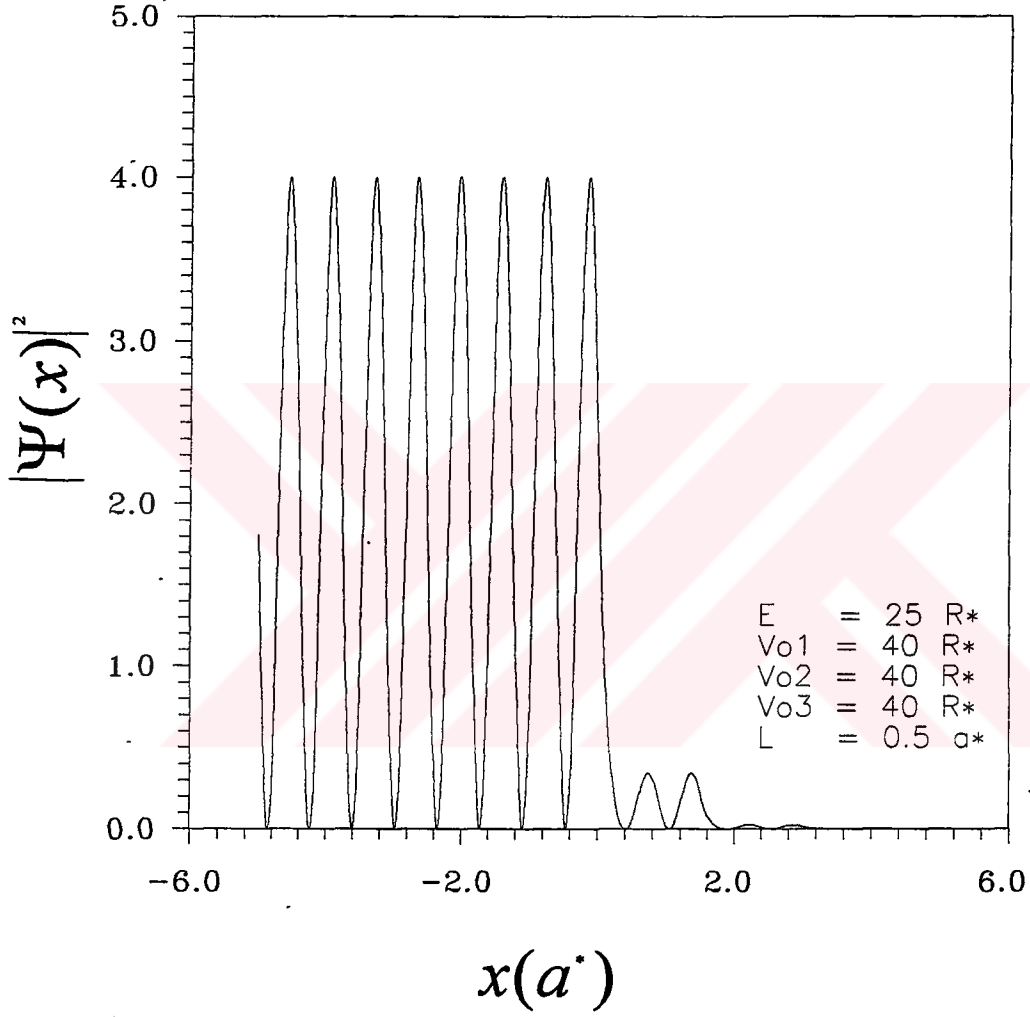
ŞEKİL (3.17)

İki engelli tek potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden büyük olması durumunda  $T$  geçiş katsayısının,  $L(a^*)$  engel genişliğine bağlı değişimini gösteren grafik.



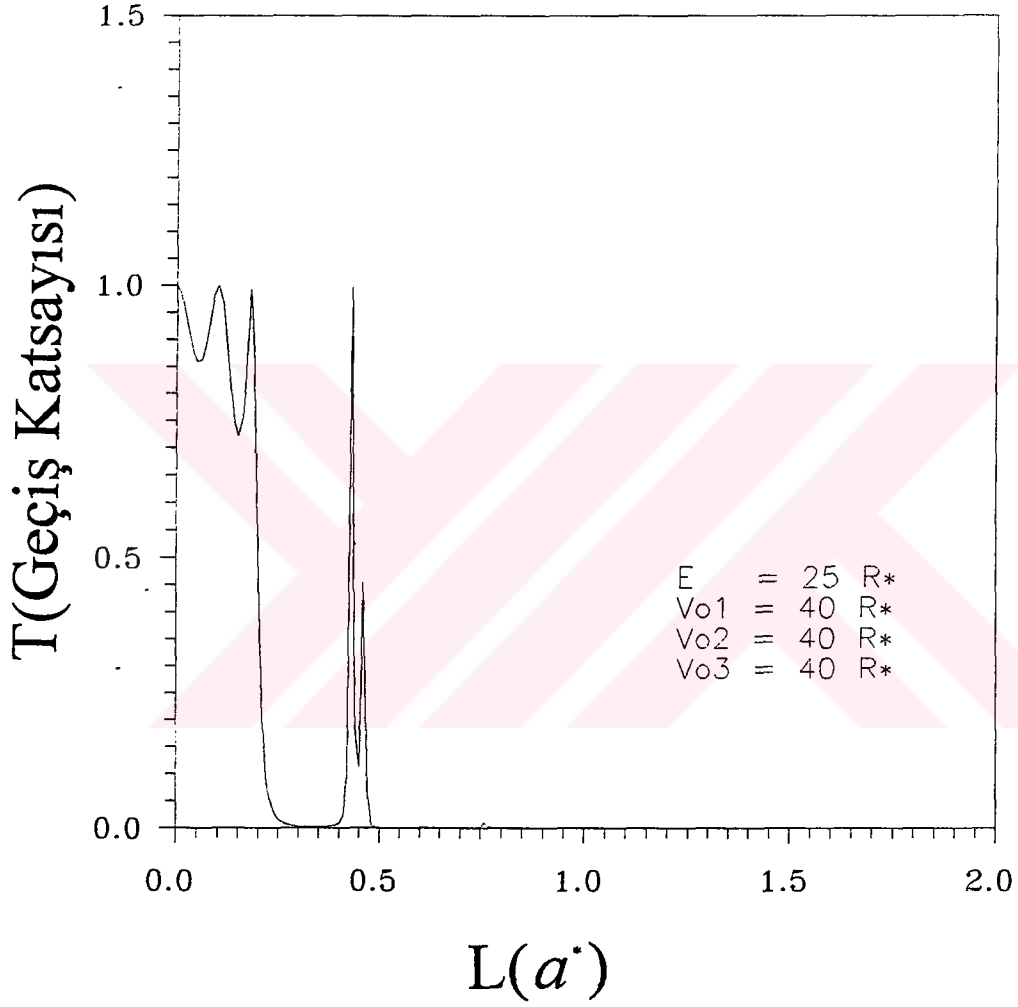
ŞEKİL (3.18)

Üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden küçük olması halinde kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.



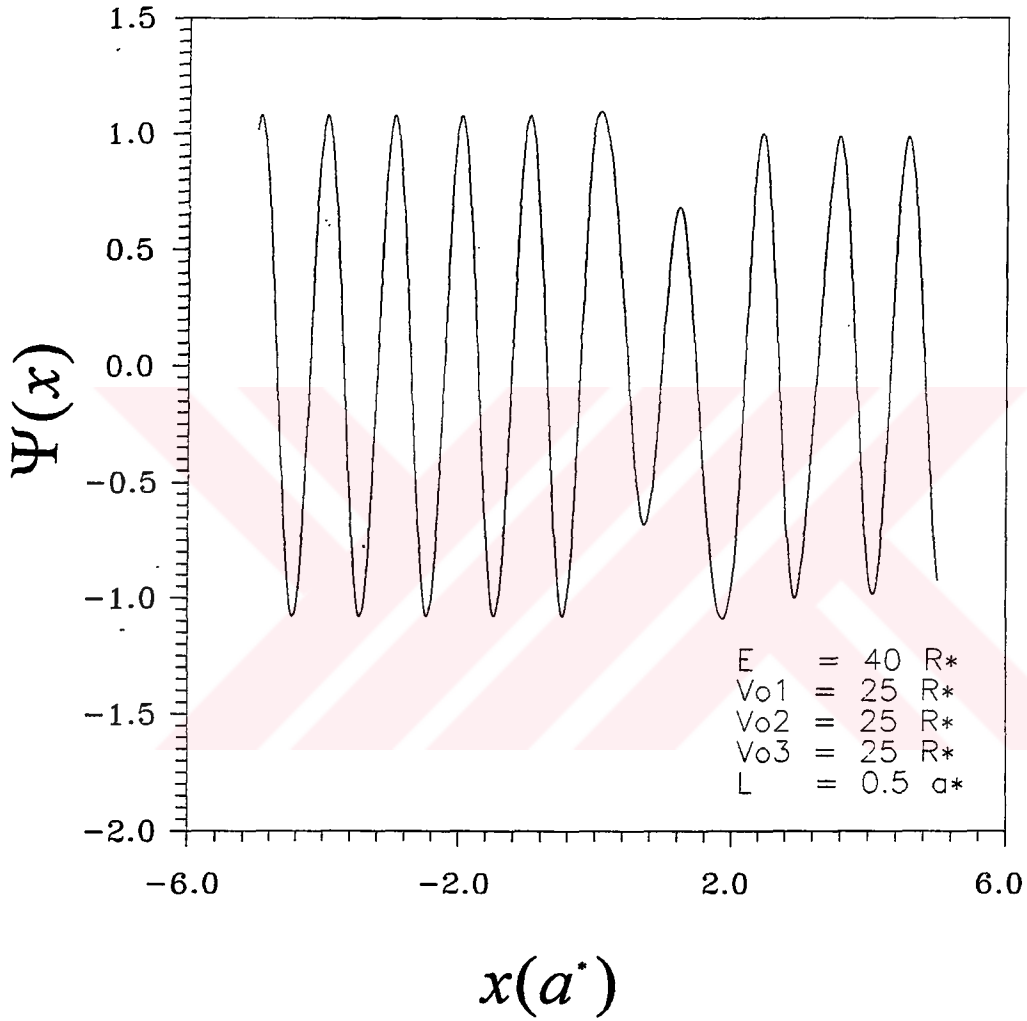
ŞEKİL (3.19)

Üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden küçük olması halinde olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ , nin konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.



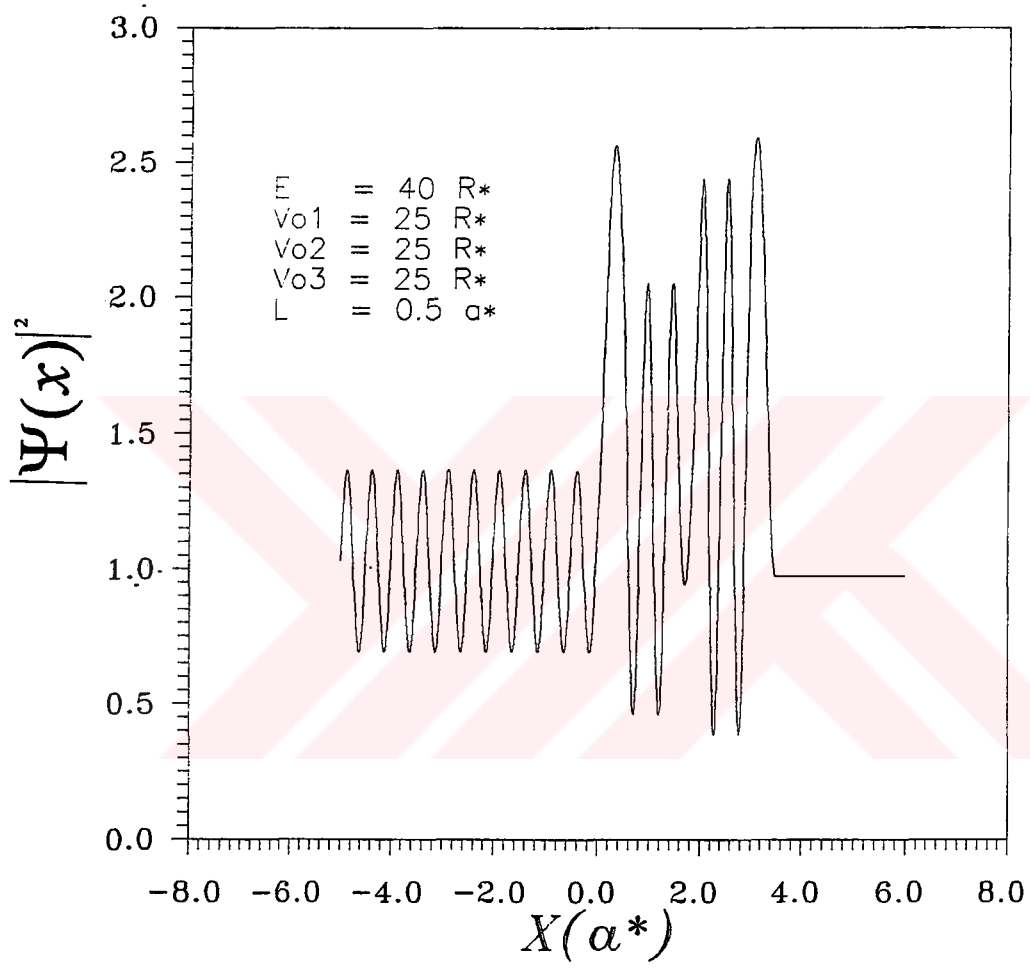
ŞEKİL (3.20)

Üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden küçük olması durumunda  $T$  geçiş katsayısının,  $L(a^*)$  engel genişliğine bağlı değişimini gösteren grafik.



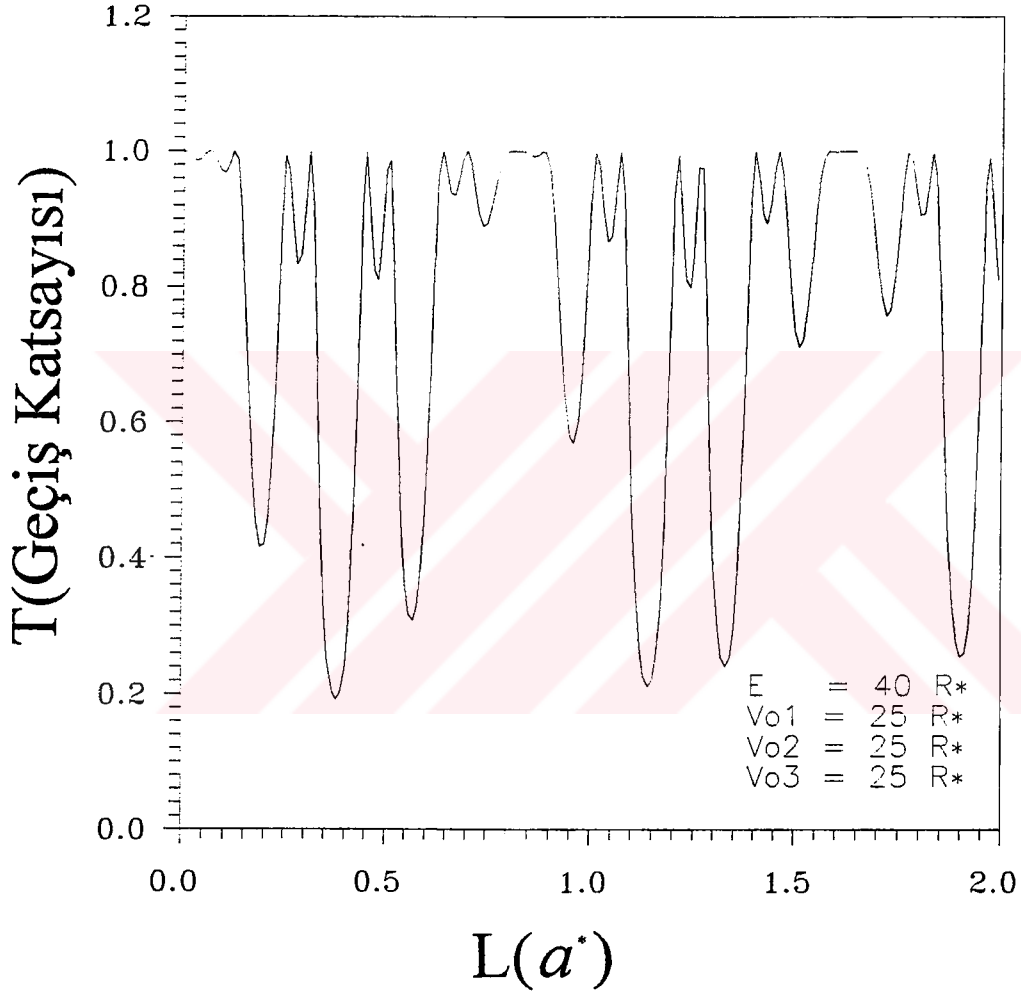
ŞEKİL (3.21)

Üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden büyük olması halinde kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.



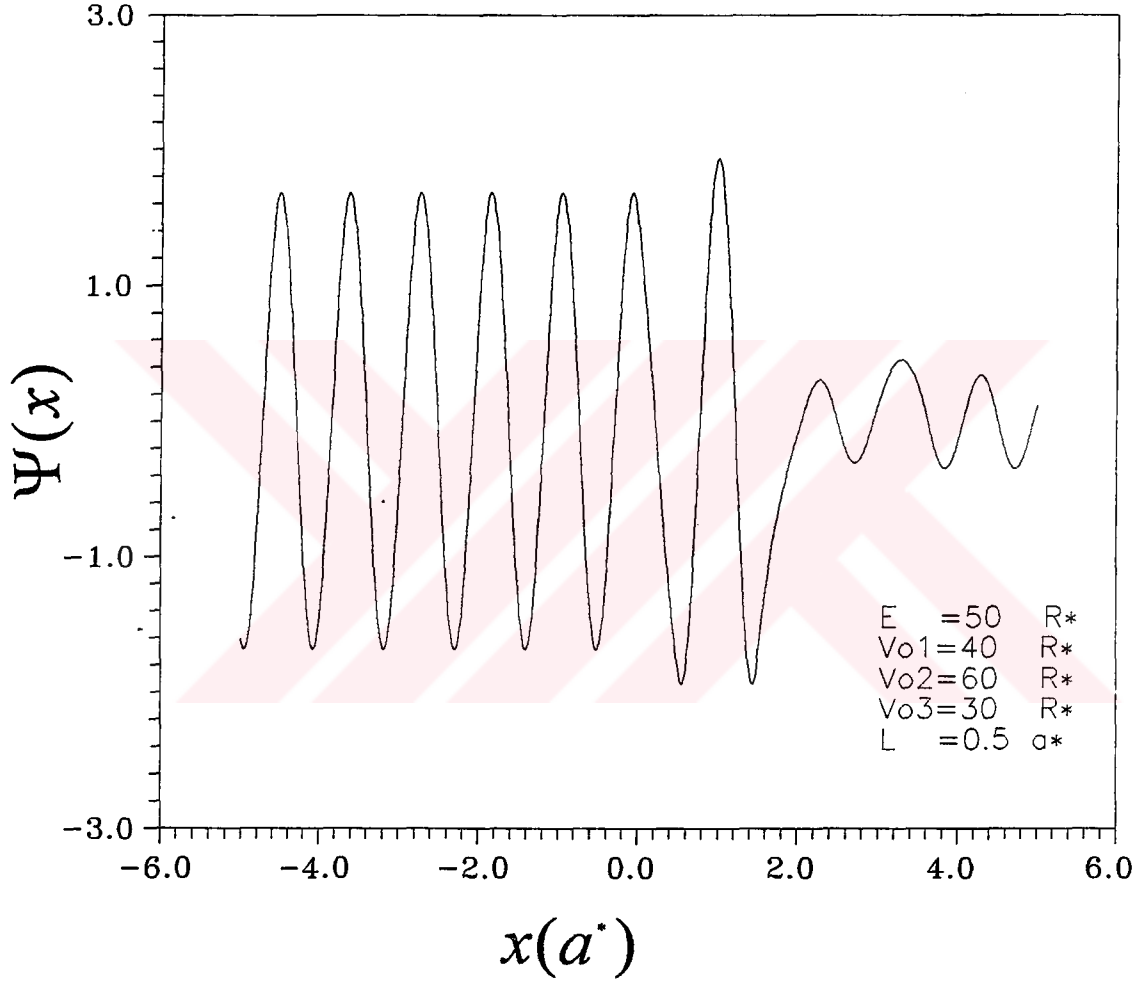
ŞEKİL (3.22)

Üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden büyük olması halinde olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ 'nin konuma  $X(\alpha^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.



ŞEKİL (3.23)

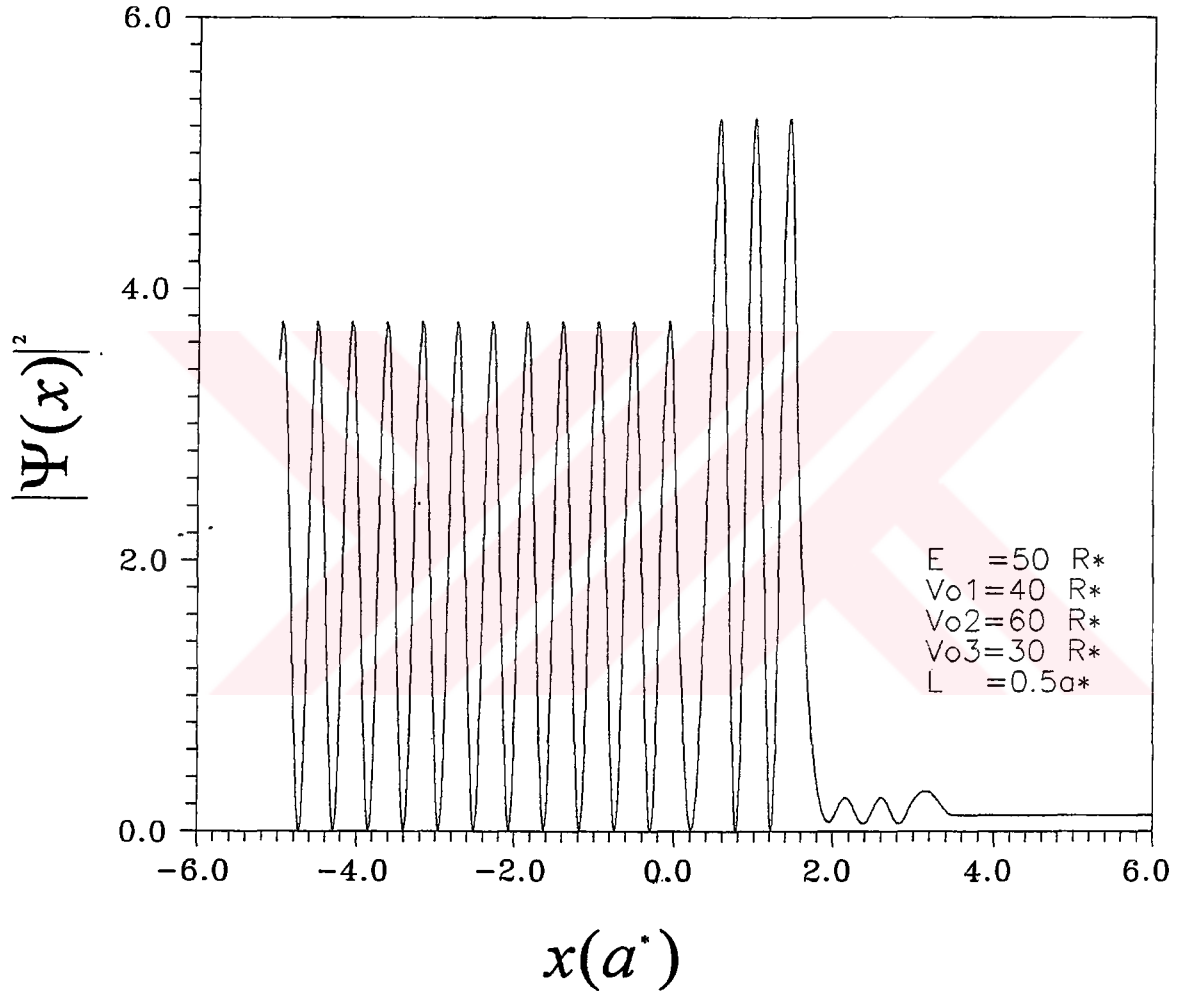
Üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, engel potansiyellerinden büyük olması durumunda  $T$  geçiş katsayısının,  $L(a^*)$  engel genişliğine bağlı değişimini gösteren grafik.



ŞEKİL (3.24)

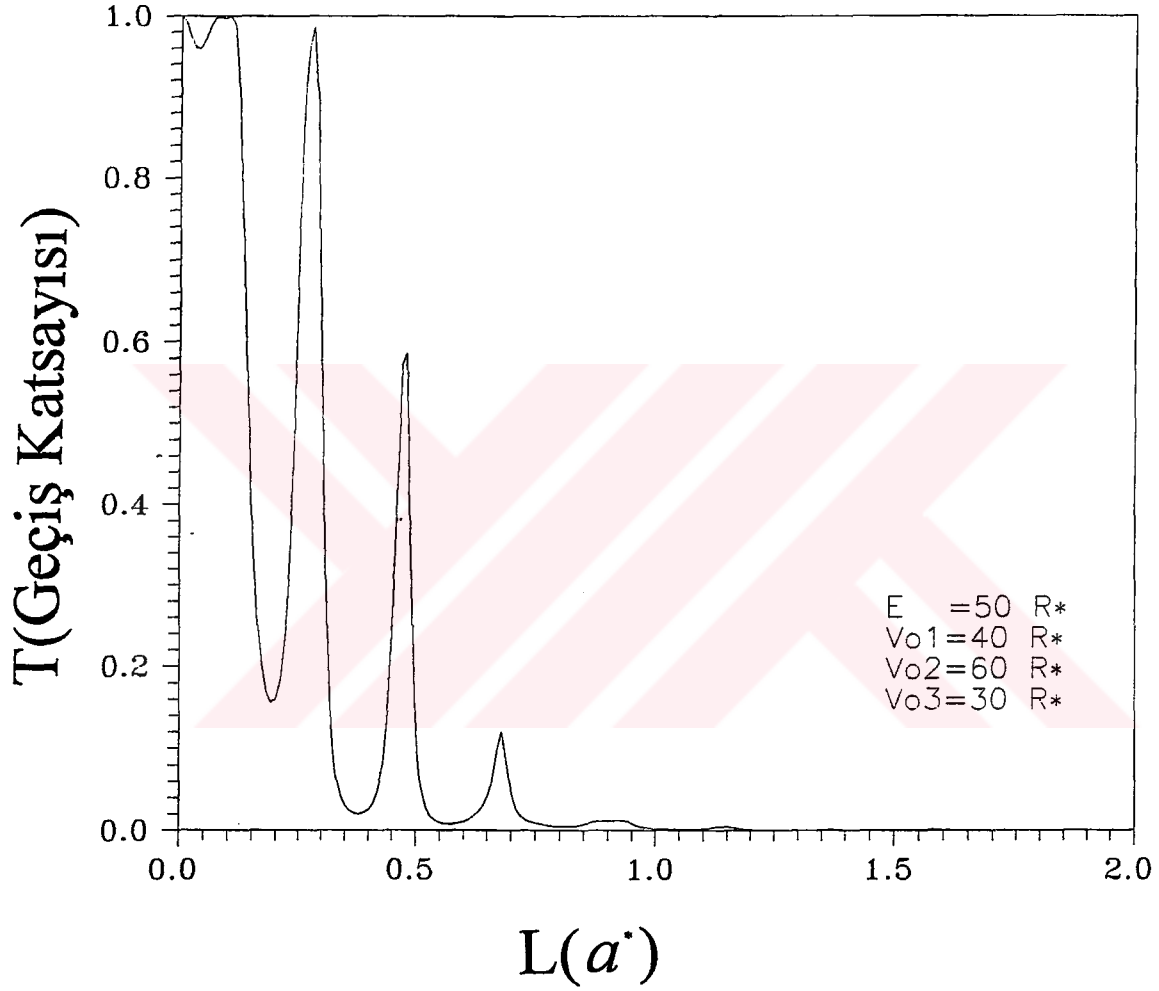
Simetrik olmayan üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, I. engel potansiyelinden büyük, II. engel potansiyelinden küçük, III. engel potansiyelinden büyük olması durumunda kararlı durum dalga fonksiyonu  $\Psi(x)$ 'in konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.





ŞEKİL (3.25)

Simetrik olmayan üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, I. engel potansiyelinden büyük, II. engel potansiyelinden küçük, III. engel potansiyelinden büyük olması durumunda olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$ 'nin konuma  $X(a^*)$ 'a bağlı değişimini gösteren grafik.



ŞEKİL (3.26)

Simetrik olmayan üç engelli iki potansiyel kuyusunda enerjinin, I. engel potansiyelinden büyük, II. engel potansiyelinden küçük, III. engel potansiyelinden büyük olması durumunda T geçiş katsayısının,  $L(a^*)$  engel genişliğine bağlı değişimini gösteren grafik.

## SONUÇ VE TARTIŞMA

Potansiyel basamağına  $k_1 = \sqrt{E} > \sqrt{V_0}$  dalga sayılı  $e^{ik_1x}$  birim genlikli gelen düzlem dalga ve  $\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{-ik_1x}$  de basamaktan yansıyan düzlem dalga ile ifade edilmiştir. Basamağın sol tarafındaki dalga  $e^{ik_1x} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{-ik_1x}$  olarak ifade edilmiştir.

Basamağın üstündeki dalga  $\frac{2k_1}{k_1 + k_2} e^{ik_1x}$  ile verilmiştir. Bu iki dalganın reel

parçalarının  $x$ 'e bağlı grafikleri şekil(3.1)'de verilmiştir. Bu iki dalga karşılaştırıldığında basamak üstündeki dalganın frekansı basamak önündeki dalganın frekansından büyük olduğu görülmektedir. Bunu basamak önündeki dalganın basamak üstündeki dalgadan daha sık olmasından söyleyebiliriz. Bu sonuç  $k_1 = \sqrt{E} > k_2 = \sqrt{V_0 - E}$  ile uyum içindedir. Grafikte  $x = 0$  da iki dalga fonksiyonunun aynı değerde olması dalga fonksiyonunun sürekliliğinin de bir kanıtıdır. Şekil(3.2)'de, potansiyel basamağı önünde ve potansiyel basamağı üstünde dalga düzlem dalgasına ait  $|\Psi(x)|^2$  olasılık yoğunluklarının değişim grafikleri çizilmiştir. Basamak önünde olasılık yoğunluğunun periyodik olarak (tepeler arası uzaklık sabit) değiştiği görülmektedir. Bundaki olasılık yoğunluğu yaklaşık olarak  $0.57 \leq |\Psi(x)|^2 \leq 1.54$  aralığında değişmektedir. Bu değişimin frekansı aynı bölgede yani şekil(3.1)'deki  $\Psi(x)$  dalga fonksiyonunun frekansı ile karşılaştırıldığında,  $|\Psi(x)|^2$ 'nin frekansı  $\Psi(x)$ 'in frekansından büyük olduğu görülmektedir. Bu  $|\Psi(x)|^2 = 1 + B^2 + 2B \cos(2k_1x)$  ifadesi ile uyum içindedir. Bu ifadelerden görüldüğü gibi  $|\Psi(x)|^2$ 'nin frekansı  $\Psi(x)$ 'in frekansının iki katıdır.  $|\Psi(x)|^2 = 1 + B^2 + 2B \cos(2k_1x)$  ifadesinden  $|\Psi(x)|^2_{max} = 1.54$  ve  $|\Psi(x)|^2_{min} = 0.57$  hesaplandı. Bu sonuç grafikten  $|\Psi(x)|^2$  için bulunan tanım aralığı ile uyum içindedir.

$k_1 = \sqrt{E} < \sqrt{V_0}$  dalga sayılı ve birim genlikli  $e^{ik_1x}$  düzlem dalga basamağa gelmekte ve  $\frac{k_1 - ik_2}{k_1 + ik_2} e^{-ik_1x}$  dalga basamaktan yansımaktadır. Basamak içinde

$k_2 = \sqrt{V_0 - E}$  dalga sayılı  $\left| \frac{2k_1}{k_1 + ik_2} \right| e^{k_2 x}$  dalga basamak içine girmektedir. Bu iki

dalganın reel parçalarının  $x$ 'e bağlı grafikleri şekil(3.3)'te verilmiştir. Basamak önünde

dalga fonksiyonunun reel kısmı  $(2 - \frac{2k_2^2}{k_1^2 + k_2^2}) \text{Cos}(k_1 x) - \frac{2k_1 k_2}{k_1^2 + k_2^2} \text{Sin}(k_1 x)$  ifadesi

$A = (2 - \frac{2k_2^2}{k_1^2 + k_2^2})$  ve  $B = -\frac{2k_1 k_2}{k_1^2 + k_2^2}$  olmak üzere  $\sqrt{A^2 + B^2} \text{Sin}(k_1 x + \gamma)$  şeklinde

ifade edilebilir. Burada  $\tan \gamma = \frac{A}{B}$  dir. Buna göre basamak önündeki dalganın reel

kısımının frekansı  $k_1 = \sqrt{25} = 5 \frac{1}{a^*}$  değerinde olmalıdır. Şekil(3.3)'ten

$\frac{\lambda}{2} = (9.5566 - 8.9294)^{a^*}$  değeri kullanılarak  $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda}$  dan yani aynı  $k_1$  değerinin

bulunması grafiğin doğruluğunu kanıtlamaktadır. Basamak içinde

$\text{Re} \left[ \frac{2k_1}{k_1 + ik_2} e^{-k_2 x} \right] = \left( \frac{2k_1^2}{k_1^2 + k_2^2} \right) e^{-k_2 x}$  grafiği  $x$ 'e bağlı olarak, hızlı bir şekilde sıfıra

gitmektedir.

Engel potansiyeline gelen  $k_1 = \sqrt{E} > \sqrt{V_0}$  dalga sayılı ve birim genlikli  $e^{ik_1 x}$

düzlem dalgasından dolayı engel önünde, üstünde ve engelden sonra  $\Psi(x)$  dalgasının

reel kısmının  $x$ 'e bağlı grafiği şekil(3.5)'te verilmiştir. Basamak potansiyeli önündeki

$\Psi(x)$ 'in dalga sayısı  $k_1$  eşit olduğu daha önce söylenmişti. Engelden sonraki  $\Psi(x)$ 'in

dalga sayısı  $F e^{ik_1 x}$  ifadesinden görüldüğü gibi  $k_1$ ' dir. Buna göre şekil(3.5)'te sol

tarafa iki tepe arası mesafe ( $\lambda_1$ ) sağ taraftaki iki tepe arası mesafeye eşit olması,

$\lambda_1 = \lambda_3$  için  $k_1 = k_3$  olduğunu gösterir. Şekil(3.6)'da olasılık yoğunluğunun  $x$ 'e bağlı

değişim grafiği verilmiştir. Engel önündeki olasılık yoğunluğunun  $k_1$ 'den daha büyük

bir dalga sayısı ile değiştiği görülmektedir. Engel üstünde olasılık yoğunluğu en büyük

değere ulaşırken, engelden sonraki bölgede sabit bir değerde kaldığını görüyoruz.

Şekil(3.7)'de T geçiş katsayısının L engel genişliğine bağlı değişim grafiği verilmiştir.

Grafikten görüldüğü gibi T geçiş katsayısı engel potansiyelinin genişliğinden bağımsız

olarak  $7.76 \frac{1}{a^*}$  dalga sayısı ile periyodik olarak değiştiği görülmektedir.

Engel potansiyeline gelen  $k_1 = \sqrt{E} < \sqrt{V_0}$  dalga sayılı ve birim genlikli  $e^{ik_1x}$  düzlem dalgasından dolayı engel önünde, üstünde ve engelden sonra  $\Psi(x)$  dalgasının reel kısmının  $x$ 'e bağlı grafiği şekil(3.8)' de verilmiştir.  $\Psi(x)$  engel önünde ve engel sonrası bölgelerde  $k_1$  dalga sayısı ile değiştiği, engel içinde artan  $x$  ile eksponansiyel olarak azaldığı görülmektedir. Şekil(3.9)' da olasılık yoğunluğunun  $x$ 'e bağlı değişim grafiği verilmiştir. Olasılık yoğunluğu  $|\Psi(x)|^2$  engel önünde periyodik, engel içinde eksponansiyel olarak değişirken, engel sonrası bölgede sabit kalmaktadır. Şekil(3.10)' da farklı engel genişlikleri ( $L$ ) için T geçiş katsayısının  $L$ ' ye bağlı değişim grafiği verilmiştir. Grafikten değişimin eğrisel olarak  $L$  engel genişliğine bağlı sifıra gittiği görülmektedir.

İki engelli tek potansiyel kuyusuna sağdan gelen  $k_1 = \sqrt{E} < \sqrt{V_0}$  dalga sayılı ve birim genlikli  $e^{ik_1x}$  düzlem dalgasının, yapının her dört bölgesinde oluşturduğu  $\Psi(x)$  dalgasının reel kısmının  $x$ ' e bağlı değişim grafiği şekil(3.12)' de verilmiştir.  $\Psi(x)$  birinci ve beşinci bölgede aynı dalga sayısı ( $k_1$ ) ile periyodik olarak değişmektedir. Ancak birinci bölgedeki genlik beşinci bölgedeki genliğin birkaç katıdır. İkinci ve dördüncü bölgelerde  $\Psi(x)$  artan  $x$  ile eksponansiyel olarak azalmaktadır. Ortadaki (III.) bölgede yani kuantum kuyusunda yaklaşık yarım dalga boyu değerinde bir değişim göstermektedir. Şekil (3.13)' te  $|\Psi(x)|^2$  olasılık yoğunluğunun  $x$ ' e bağlı değişim grafiği verilmiştir. Birinci bölgede genlik çok büyük ve değişim periyodiktir. Üçüncü bölgede genlik azalmış ancak  $|\Psi(x)|^2$ ' nin değişimi yine periyodiktir. IV. bölgede  $|\Psi(x)|^2$  eksponansiyel olarak azalmakta iken V. bölgede çok küçük bir değerde sabit kalmaktadır. Şekil(3.14)' te T geçiş katsayısının  $L=W_2=W_4$  engel genişliğine bağlı değişim grafiği verilmiştir.  $L>0.3a^*$  için engel genişliği  $L_1=0.45a^*$  ve  $L_2=0.76a^*$  değerlerinde geçiş katsayısının çok büyük olduğu görülmektedir.

İki engelli tek kuantum kuyusuna sağdan gelen  $k_1 = \sqrt{E} > \sqrt{V_0}$  dalga sayılı ve birim genlikli  $e^{ik_1x}$  düzlem dalgasının yapının her dört bölgesinde oluşturduğu  $\Psi(x)$  dalgasının reel kısmının  $x$ ' e bağlı değişim grafiği şekil(3.15)' te verilmiştir. Bu grafikte engellerin  $\Psi(x)$  üzerine etkisi görülmektedir. Birinci ve beşinci bölgelerde  $\Psi(x)$ ' ler aynı dalga sayısı ( $k_1$ ) ile periyodik değişim göstermektedir. Ancak beşinci

bölgedeki  $\Psi(x)$ ' in genliği birinci bölgedeki  $\Psi(x)$ ' in genliğinden küçüktür. Şekil(3.16)' da  $|\Psi(x)|^2$  olasılık yoğunluğunun  $x$ ' e bağlı değişim grafiği verilmiştir.  $|\Psi(x)|^2$  birinci bölgede periyodik beşinci bölgede sabittir.  $E > V_0$  olduğundan V. bölgede  $|\Psi(x)|^2$ ' nin değişimi bire çok yakındır. Şekil (3.17)' de T geçiş katsayısının  $L=W_2=W_4$  engel genişliğine bağlı değişim grafiği verilmiştir. T' deki değişimin kabaca bir periyodiklik gösterdiği söylenebilir. Bu çalışmada son olarak üç engelli iki potansiyel kuyulu bir yapılı çalışılmıştır. Bu yapıda  $\Psi(x)$ ,  $|\Psi(x)|^2$  ve T için grafikler çizilmiştir. Bu grafikler iki engelli bir potansiyel kuyulu yapıda elde edilen grafiklere çok benzerdir.

Çalışmanın devamında bu yapılara elektrik ve manyetik alanın etkisi güncel olarak çalışılmaktadır. Ayrıca bu yapılarda yabancı atom problemi de günceldir. [9,10]



## KAYNAKLAR

- [1]-KARAOĞLU, B.,1993, "Kuantum Mekaniğine Giriş", İstanbul, s. 53-60
- [2]-WICHMANN, E.H., 1967, "Kuantum Fiziği", Ankara, s. 286-287  
(Çeviri: Rauf NASUHOĞLU, Burhan C. ÜNAL)
- [3]-YARIV., A., 1982, "AN INTRODUCTION TO Theory and Applications of Quantum Mechanics", New York., s. 41-43
- [4]-ROY, D.K, 1993, "A Quantum Measurement Approach To Tunnelling", Londra, s. 14-17
- [5]-YAMAMOTO, H., 1987, "Resonant Tunneling Condition and Transmission Coefficient in a Symmetrical One-Dimensional Rectangular Double-Barrier System", Appl. Phys. A 42, 245-248,
- [6]-XU, H.,WANG, Y.,CHEN, G.,1992, "Shape of the Transmission Spectrum in Rectangular Double-Barrier Structures", Phys. Stat. Sol. (b) 171, K9
- [7]-YAMAMOTO, H., 1987, "Resonant Tunneling with the Mass Variation through Rectangular Double-Barrier Structure", Phys. Stat. Sol. (b) 140, K23
- [8]-ZHAO, X.,D., YAMAMOTO, H.,NAKANO.,Y.,TANIGUCHI.,K.,1998, "Resonance Condition For Asymmetrical Triple-Barrier Structures", Superlattices and Microstructures, Vol. 23, No.6.
- [9]- YAMAMOTO, H., SENSU.,Y.,MIYAMOTO.,K.,TANAKA.,S.,1998, "Resonance Conditions in Asymmetrical Rectangular Double-Barrier Structures under DC Bias Field", Phys. Stat. Sol. (b) 206, 601
- [10]-MİYAMOTO.,K., YAMAMOTO, H.,1998, " Resonant Tunneling in Asymmetrical Double-Barrier Structures Under an Applied Electric Field" ,1998, Journal Of Applied Physics, Vol 84, Number 1

## ÖZGEÇMİŞ

1973 Yılıının mayıs ayında İstanbul'da doğdum. İlk orta ve lise tahsilimi İstanbul'da tamamladım. 1991 yılında Trakya Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümüne girdim ve 1995 yılında mezun oldum. 1996 yılında Trakya Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünün açtığı araştırma görevliliği ve yüksek lisans sınavını kazandım. Halen Trakya Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümün'de araştırma görevlisi olarak çalışmaktayım.