

**T.C.**  
**TRAKYA ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DÜŞÜK BOYUTLARDA TUZAKLANMIŞ**  
**SOĞUK ATOMİK GAZLAR**

**Serpil SUCU**

**DOKTORA TEZİ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**Danışman :1. Prof. Dr. Ş. Erol OKAN**

**2. Prof.Dr. Zehra AKDENİZ**

**EDİRNE – 2011**

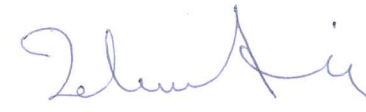
T.C.  
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ


DÜŞÜK BOYUTLARDA TUZAKLANMIŞ SOĞUK ATOMİK GAZLAR


DOKTORA TEZİ  
FİZİK ANA BİLİM DALI  
Serpil SUCU

Bu tez 28/12/2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından kabul edilmiştir.

  
Prof. Dr. Ş. Erol OKAN  
I. Danışman

  
Prof. Dr. Zehra AKDENİZ  
II. Danışman

  
Prof. Dr. Aydın ULUBEY  
Üye

  
Doç. Dr. Şaban AKTAŞ  
Üye

  
Yrd. Doç. Dr. Mustafa ULAŞ  
Üye

Doktora Tezi  
Düşük Boyutlarda Tuzaklanmış Soğuk Atomik Gazlar  
Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı

## ÖZET

Bir boyutlu optik örgü potansiyelinde bozon ( $^{87}\text{Rb}$ )-bozon ( $^{41}\text{K}$ ) atomlarının karışımının Bose-Einstein yoğunlaşması incelenmiştir. Sistem kısa menzilli bağlantı düzensizliği çerçevesinde sıkı-bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu ile belirlenmiş, durum yoğunluğu ve yerleşmenin irdelenmesinde Green fonksiyonları kullanılmıştır. Atomlar arası saçılma uzunluğunun değiştirilmesi ile atomların yerleşmesinin kontrol edilebileceği belirlenmiştir.

Bir boyutlu optik örgünün site enerjileri üzerinde, kısa menzilli bağlantı yerine benek potansiyelin davranışını veren uygun bir bağlantı fonksiyonu kullanılarak yeni bir düzensizlik elde edilmiştir. Sistemde Anderson yerleşmesinin gözlenme olasılığı araştırılmıştır. Yerleşme uzunluğu ve durum yoğunluğu bir önceki bölümde sunulan analitik yöntemler kullanılarak hesaplanmıştır. Sabit ve büyük bir düzensizlik şiddetinde, benek potansiyelin, yerleşme üzerindeki etkisinin bağlantı fonksiyonunun uzunluğuna bağlı olduğu görülmüştür.

Yıl: 2011

Sayfa:74

Anahtar Kelimeler: Bose Einstein Yoğunlaşması, Optik Örgü, Sıkı-Bağlılık Bose-Hubbard Hamilton Fonksiyonu, Durum Yoğunluğu, Yerleşme

PhD Thesis

Cold Atomic Gases Trapped in Low Dimensions

Trakya University, Graduate School of Natural and Applied Science

Department of Physics

## SUMMARY

The Bose-Einstein condensation of boson ( $^{87}\text{Rb}$ )-boson ( $^{41}\text{K}$ ) atoms mixture are studied in one dimensional optical lattice potential. The system is treated within a 1D tight-binding Bose-Hubbard Hamiltonian in the presence of short-range correlated disorder. The Green's function is used to examine density of state and localization properties. It is determined that the localization of the atoms is controlled by changing the scattering length of the atoms.

A new disorder has been observed on the site energies of the one dimensional optical lattice by using a suitable correlation which acts like the speckle potential. The observed possibility of Anderson localization in the system is inquired. The localization length and density of state are calculated by using the analytical method presented in the previous section. It is seen that at fixed, large, disorder strength, the localization efficacy of the speckle potential depends strongly on the width of the auto-correlation function.

Year: 2011

Pages: 74

Key Words: Bose Einstein Condensation, Optical Lattice, tight-binding Bose-Hubbard Hamiltonian, Density of State, Localization

## TEŞEKKÜR

Tüm doktora çalışma sürecim boyunca çalışmayı yönlendiren, danışmanlığımı üstlenen ve çalışmanın her adımında bilgilerinden yararlandığım danışmanlarım sayın hocalarım Prof. Dr. Ş. Erol OKAN' a ve Prof.Dr. Zehra Akdeniz'e,

Çalışmanın tamamı boyunca yardımını ve bilgisini hiç esirgemeyen değerli hocalarım Prof. Dr. Patrizia VIGNOLO ve Doç.Dr. Şaban AKTAŞ 'a,

Desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen eşim Hasan SUCU' ya, anneme ve babama,

Sıcacık bir gülümsemesiyle bana en büyük desteği veren canım kızım Elif SUCU' ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca bu tez Trakya Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Müdürlüğü tarafından TÜBAP-2009/71 nolu projeyle desteklenmiştir. Trakya Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Müdürlüğü'ne teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
SUMMARY.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SEMBOLLER ve KISALTMALAR.....	vi
TABLolarIN ve ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Bose-Einstein İstatistiği ve Bose-Einstein Yoğunlaşması (BEY).....	3
1.2. Yerelleşme (Lokalizasyon) Kavramı.....	10
2. DENEYSEL YÖNTEMLER.....	13
2.1. Magneto-Optik Tuzaklar (MOT).....	14
2.2. Lazerler ile Soğutma.....	15
2.3. Buharlaştırarak Soğutma.....	18
3. OPTİK ÖRGÜLER.....	19
3.1. Harmonik Tuzak İçindeki Yoğunlaşma.....	21
3.2. Optik Örgü İçindeki Yoğunlaşma.....	22
3.3. Bose Hubbard Modeli.....	24
4. KISA MENZİL BAĞLANTILI DÜZENSİZLİĞE SAHİP OPTİK ÖRGÜLERDE DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME.....	27
4.1. $^{41}\text{K}$ ve $^{87}\text{Rb}$ Karışım Sisteminin Modellenmesi.....	28
4.2. Bir Boyutlu Sıkı Bağlanma Modelinde Green Fonksiyonu Yaklaşıklığı.....	35
4.3. Durum Yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov Katsayısı İçin Sayısal Sonuçlar.....	38
4.4. Geçirgenlik.....	44
4.5. Geçiş Katsayısı Üzerine Alınan Sayısal Sonuçlar.....	46

5. BENEK POTANSİYELİN DÜZENSİZLİĞİNE SAHİP OPTİK ÖRGÜDE DURUM YOĞUNLUĞU VE ANDERSON YERELLEŞMESİ.....	49
5.1 Benek Potansiyelin Modellenmesi.....	53
5.2 Düzensiz Potansiyelin Sayısal Olarak Elde Edilmesi.....	54
5.3 Durum Yoğunluğu (DOS) ve Yerelleşme Uzunluğu İçin Sayısal Sonuçlar.....	55
6. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME.....	63
KAYNAKLAR.....	67
ÖZGEÇMİŞ.....	74

## SEMBOLLER ve KISALTMALAR

### SEMBOLLER

$\lambda_{dB}$	: de Broglie dalga boyu
$\hbar$	: Planck sabiti
$\mu$	: Kimyasal potansiyel
$N_i(\varepsilon)$	: $\varepsilon_i$ enerji seviyesindeki parçacıkların sayısı
$\psi(r)$	: Sistemin dalga fonksiyonu
$k_B$	: Boltzman sabiti
$T_c$	: Kritik sıcaklık
$g(\varepsilon)$	: Serbest parçacık için durum yoğunluğu
$N$	: Toplam parçacık sayısı
$N_{ex}$	: Uyarılmış durumdaki parçacık sayısı
$E_0$	: Lazerin elektrik alanı
$w$	: Lazerin açısal frekansı
$\beta$	: Göreli genlik
$\hat{a}'$ ve $\hat{a}$	: Artırma ve azaltma operatörleri
$\psi_k(\vec{r})$	: Bloch dalga fonksiyonu
$V(\vec{r})$	: Dış potansiyel
$\vec{k}$	: Dalga vektörü
$U(z)$	: Lazer potansiyeli
$V_{tuzak}$	: Tuzak potansiyeli
$r_\perp$	: Radyal koordinat
$w_\perp$	: Radyal frekans
$w_z$	: Eksenel frekans
$\lambda'$	: Anizotropi parametresi
$Z_{jq}^\pm$	: Bloch orbitalleri



$u_{ij}$	: Bogoliubov genlikleri
$v_{ij}$	: Bogoliubov genlikleri
$n_s$	: site sayısı
$w_{0q}^+$	: Eylemsizlik momenti
$\sigma$	: Yoğunlaşma dalga fonksiyonunun uzaysal dağılım genişliği
$f_0(k)$	: En düşük enerjideki bandın Fourier dönüşüm ifadesi
$q(t)$	: Kuazi momentum
$\bar{p}$	: Momentum operatörü beklenen değeri
$F(t)$	: Kuvvet
$T_B$	: Bloch salınım periyodu
$U$	: İtici potansiyel terimi
$\hat{n}_i$	: Sitenin işgal operatörü
$t$	: Kinetik enerji tünel terimi
$\varepsilon_i$	: Site enerjisi (Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu içindeki)
$U_{Bd}$	: $^{87}\text{Rb}$ atomu için örgü potansiyeli
$U_{Bf}$	: $^{41}\text{K}$ atomu için örgü potansiyeli
$\Omega_{Bd,Bf}$	: Rabi frekansı
$d_{Bd,Bf}$	: Atom dipolü
$k$	: Dalga sayısı
$\delta_{Bd,Bf}$	: Lazerin ayar bozma ifadesi
$\lambda$	: Dalga boyu
$\Gamma_{Bd}$	: $^{87}\text{Rb}$ atomu için doğal genişlik
$\Gamma_{Bf}$	: $^{41}\text{K}$ atomu için doğal genişlik
$H_{Bf}$	: Sıkı bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu
$E_i$	: Site enerjisi
$t_i$	: Hoplama enerjisi
$\phi_i(z)$	: $i$ . potansiyel kuyusundaki bir boyutlu yoğunlaşma dalga fonksiyonu

$n_{Bd}(z)$	: Yabancı atom yoğunluğu
$m_{Bf}$	: $^{41}\text{K}$ atomunun kütlesi
$C_{Bf}$	: Harmonik tuzak potansiyeli
$g$	: $B_f B_f$ etkileşme şiddeti
$g'$	: $B_f B_d$ etkileşme şiddeti
$a$	: $B_f B_f$ saçılma uzunluğu
$a'$	: $B_f B_d$ saçılma uzunluğu
$E_{res}$	: Rezonans enerjisi
$G(E)$	: Green fonksiyonu
$D(E)$	: Durum yoğunluğu
$\tilde{H}_{Bf}$	: Etkin dimerin Hamilton ifadesi
$\gamma(E)$	: Lyapunov katsayısı
$T(E)$	: Saçılma matrisi
$\mathcal{T}(E)$	: Geçiş katsayısı
$C_l$	: Bağlantı fonksiyonu
$H_s$	: Sıkı bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu
$S_k(k)$	: Triangular fonksiyon
$\theta(x)$	: Heaviside birim adım fonksiyonu
$L_{loc}(E)$	: Lokalizasyon uzunluğu

## KISALTMALAR

BEY	: Bose Einstein Yoğuşması
MOT	: Manyetik Optik Tuzak
GPĐ	: Gross-Pitaevskii Denklemi
DOS	: Durum Yoğunluğu
RM	: Random Model
RDM	: Random Dimer Model
DRDM	: Dual Random Dimer Model

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil 1. 1: Yoğunlaşma kriteri.....	8
Şekil 2. 1: Manyetik Optik Tuzak (MOT) düzeneği.....	15
Şekil 2. 2: Lazer ile soğutma konfigürasyonu.....	16
Şekil 2. 3: Üç çift lazer yardımıyla parçacıkların yavaşlatılması.....	17
Şekil 2. 4: Buharlaştırarak Soğutma konfigürasyonu.....	18
Şekil 3. 1. Tek periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma.....	19
Şekil 3. 2. İki periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma.....	19
Şekil 3.3. İki boyutlu optik örgüde atomların a) süperakışkan fazı, b) Mott yalıtkan fazı.....	26
Şekil 4. 1: Yabancı atomun örgü sitelerine tamamen rasgele dağıtıldığı durum (Random Model) için yabancı atom ( $B_d$ bozonu) içermeyen ve içeren siteler ile verilen tek boyuttaki yoğunlaşmanın sıkı bağlılık Hamilton fonksiyonu şematik sunumu.....	29
Şekil 4. 2: DRDM için faz diyagramı grafiği.....	34
Şekil 4. 3: Renormalizasyon-indirgeme yönteminin şematik sunumu.....	36
Şekil 4. 4: İki periyotlu zincir için şematik bant yapısı.....	39
Şekil 4. 5: RM için DOS ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.....	41
Şekil 4. 6: RDM için DOS ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.....	42
Şekil 4. 7: DRDM için DOS ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.....	43
Şekil 4. 8: Örgünün Hamilton fonksiyonu ve etkin Hamilton fonksiyonu ile oluşturulan sistemin Hamilton fonksiyonunun şematik sunumu.....	44
Şekil 4. 9: RM için geçiş katsayısının grafik sunumu.....	47
Şekil 4. 10: RDM için geçiş katsayısının grafik sunumu.....	48
Şekil 4. 11: DRDM için geçiş katsayısının grafik sunumu.....	48
Şekil 5. 1: Benek potansiyelin optiksel konfigürasyonu.....	52
Şekil 5. 2: Benek potansiyelin iki boyutlu gösterimi.....	52

- Şekil 5. 3: Düzensizlik şiddeti  $s/|t| = 1$  için, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu  
olarak durum yoğunluğu ve yerleşme uzunlunun grafik sunumu.....59
- Şekil 5. 4: Düzensizlik şiddeti  $s/|t| = 2$  için, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu  
olarak durum yoğunluğu ve yerleşme uzunlunun grafik sunumu.....60
- Şekil 5. 5: Düzensizlik şiddeti  $s/|t| = 5$  için, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu  
olarak durum yoğunluğu ve yerleşme uzunlunun grafik sunumu.....61
- Şekil 5. 6: Düzensizlik şiddeti  $s/|t| = 10$  için, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu  
olarak durum yoğunluğu ve yerleşme uzunlunun grafik sunumu.....62

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

Seyreltilmiş gaz halindeki alkali atomlar kümesi, 1 mikro Kelvin sıcaklığa kadar soğutulduğunda aynı ve en düşük enerji düzeyindeki ‘temel kuantum durumuna’ yerleşirler. Buna; fotonların ideal bir gaz oluşturduğu varsayımından hareketle ‘siyah cisim ışıması’ nı formüllendirmiş olan Hintli fizikçi Satyendra Nath Bose ile, daha sonra bu tasarımı özdeş atom veya moleküllerden oluşan ideal gazlara da genelleştirmiş olan Einstein’ ın adlarına atfen; Bose-Einstein Yoğunlaşması denir, ki bu durumdaki atom kümesi, tek bir dalga fonksiyonunun betimlediği tek bir cisimmiş gibi kolektif davranışlar sergiler.

Bu çalışmada temel hedefimiz, Bose-Einstein yoğunlaşmasına uğramış bir boyutlu optik örgünün site enerjileri üzerinde benek tarzı (speckle-like) bağlantı (korelasyon) fonksiyonuna sahip bir düzensizlik elde ettikten sonra sistemde Anderson yerelleşmesini (lokalizasyonunu) gözlemlemektir. Bu çalışmayı gerçekleştirmeden önce, tezin dördüncü bölümünde bir boyutlu optik örgüde kısa-menzil bağlantılı (short-range correlated) düzensizlikler üzerine yapılan hesapların bir tekrarı ele alınacak ve bu hesaplarda kullanılan analitik ve sayısal metotların ışığında benek tarzı bağlantı fonksiyonuna sahip düzensizlikler için durum yoğunluğu ve yerelleşme uzunluğu hesaplanacaktır.

Bu amaçla önce, Bose-Einstein yoğunlaşması tanıtılacak ve yerelleşme kavramı hakkında kısa bir bilgi verilecektir. İkinci bölümde Bose-Einstein yoğunlaşmasını elde edebilmek için gerekli laboratuvar tekniklerinden bahsedilecektir. Üçüncü bölümde optik örgülerin deneysel olarak nasıl elde edildiği ve yoğunlaşmanın optik örgüdeki davranışı açıklanacaktır. Üçüncü bölüm çalışmalarımızın teorik hesaplarının ele alındığı Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunun kısa bir tanımı ile sonlanacaktır.

Tezin dördüncü bölümünde, periyodik optiksel örgü içerisindeki Bose-Einstein yoğunlaşmasının durum yoğunluğu ve geçiş özellikleri kısa menzilli bağlantı düzensizliği çerçevesinde sergilenenektir. Bozon ( $^{87}\text{Rb}$ )-bozon ( $^{41}\text{K}$ ) karışımından oluşan optik örgü sisteminde  $^{41}\text{K}$  atomu “*tünellenen bozon*”, daha ağır olan  $^{87}\text{Rb}$  atomu ise “*yabancı atom*” rolü oynar. Yabancı atomun örgü sitelerine tamamen düzensiz (Random Model) olarak dağıtıldığı ve kısa menzil bağlantılı (Random Dimer Model ve Dual Random Dimer Model) bir düzensizlik çerçevesinde dağıtıldığı durumlar için parçacıklar arası etkileşmelerin değiştirilmesiyle sistemde hem yerleşmenin olduğu hem de atomların geçişinin olduğu durumlar (lokalizasyon-delokalizasyon geçişi) incelenecektir (Schaff vd., 2010). Random Dimer Model ve Dual Random Dimer Modelin sahip olduğu bağlantıların, Lyapunov katsayısının enerjiye bağlı değişim davranışı incelendiğinde, dalga fonksiyonunda atomların geçişine sebep olduğu gösterilecektir.

Bozon ( $^{87}\text{Rb}$ )-bozon ( $^{41}\text{K}$ ) karışımından oluşan optik örgü sistemini teorik açıdan çözümlenmek amacı ile, bir boyutta sıkı bağıllık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılacak, daha önce katı hal sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kurulmuş olan renormalizasyon indirgeme yöntemine (renormalization/decimation procedure) bağılı olarak, tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgenecektir (Grosso vd. 1986, Giannozzi vd. 1988). Sistemin durum yoğunluğu, yerleşme ve geçiş özellikleri Green fonksiyonu yaklaşıklığı ile belirlenecektir.

Tezin beşinci bölümünde, bir boyutlu optik örgüye süperpozisyon olarak eklenen benek potansiyeli içinde Anderson yerleşmesinin gözlenebilirliği araştırılacaktır. Bir boyutlu optik örgüde benek tarzı bağlantı fonksiyonlu bir düzensizlik elde edebilmek için Fourier Filtreleme Metodu (FFM) kullanılacaktır (Makse H. A. vd., 1995). Yerleşme uzunluğu, sıkı-bağıllık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu çerçevesinde bağlantı fonksiyonunun uzunluğunun ve düzensizliğin şiddetinin bir fonksiyonu olarak hesaplanacaktır. Sıkı-bağıllık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunda bulunan site enerjileri  $\sin^2(x)$  fonksiyonu ile bağlantılı olarak değer alan düzensiz değişkenler olarak ele alınacaktır. Bağlantı fonksiyonunun uzunluğu azaltıldığında düzensizliğin bir  $\delta$  bağlantılı düzensizliğe yaklaştığı ve yerleşme etkisinin, güçlü düzensizlik limitlerinde enerjiden bağımsız olduğunun gözlemlenmesi gösterilecektir. Ayrıca benek potansiyelin durum yoğunluğu

(DOS) üzerindeki etkileri de araştırılacaktır. Sonuçlar incelendiğinde bağlantı uzunluğu azaltıldığında ve düzensizlik şiddeti arttırıldığında benek potansiyelin yerleşmenin artışında daha etkili olduğu sergilenecektir.

Tezin sonuçlar ve değerlendirme bölümü olan altıncı bölümde elde edilen sonuçlar ile ilgili bir değerlendirme yapılacaktır.

### 1.1 Bose-Einstein İstatistiği ve Bose-Einstein Yoğunlaşması (BEY)

Kuantum mekaniğinde bir sistemin durumu sistemin dalga fonksiyonu ile tanımlanır. Dalga fonksiyonunun genliğinin karesi sistemin belirli bir durumda bulunma olasılığı ile orantılıdır. Tüm yapısal özellikleri (kütle, elektrik yükü vs.) aynı olan parçacıklar birbirinden ayırt edilemeyeceklerinden iki parçacığın yer değiştirmesi sistemin fiziksel gözlenebilirlerini değiştirmemelidir. Bu temel prensip sebebiyle, kuantum mekaniğinde ayırt edilemez parçacıklardan oluşan bir sistemi tanımlayan dalga fonksiyonlarının parçacıkların birbirleri ile yer değiştirmesi karşısında ya simetrik, ya da anti-simetrik davranış göstermeleri gerekir. Bu nedenle parçacıklar iki grupta incelenebilir:

1- Spinleri yarım tam sayı olan parçacıklar fermiyon olarak adlandırılırlar. Örneğin elektron, proton ve nötronun spini  $1/2$ 'dir. Bu tür parçacıkların dalga fonksiyonları anti-simetriktir ve Fermi-Dirac istatistiğine uyarlar.

2- Spinleri tam sayı olan parçacıklar bozon olarak adlandırılırlar. Örneğin fotonun spini 1,  $\pi$ -mezonun spini 0'dır. Bu tür parçacıkların dalga fonksiyonları simetriktir ve Bose-Einstein istatistiğine uyarlar.

Yüksek sıcaklıklarda fermiyonların ve bozonların gözlenebilir davranışları arasındaki fark belirgin değildir. Fakat yeterince düşük sıcaklıklara inildiğinde oldukça

farklı istatistiksel davranışlar gösterirler. Anti-simetrik dalga fonksiyonunun bir sonucu olarak fermiyonlar, Pauli dışarlama ilkesine uyarak, aynı kuantum durumunda en fazla bir parçacık olacak şekilde yerleşirler. Buna karşın, simetrik dalga fonksiyonuna sahip olan bozonlar, aynı kuantum durumunda herhangi bir sınırlama olmaksızın bulunabilirler.

Bose tarafından geliştirilen istatistik ifade, parçacıklar arasında etkileşimin bulunmadığı durumda kritik sıcaklığın altına inildiğinde bir faz geçişi olacağını ve sıcaklığa bağlı olarak parçacıkların büyük bir kısmının taban duruma yerleşeceğini göstermiştir.  $T=0$  °K sıcaklığında bütün parçacıklar taban durumda bulunur. Düşük sıcaklıklarda meydana gelen bu faz değişimi buharın yoğunlaşmasını andırıldığından Bose-Einstein yoğunlaşması olarak isimlendirilmiştir. Faz geçişinde parçacıkların bireysel özelliklerini kaybettiği ve tüm parçacıkların aynı tek-parçacık kuantum durumunda bulunabildiği düşünülmektedir. Bu durumda seyrek alkali gazlarda gözlenen BEY olayında atomlar bireysel hareketlerini kaybederler ve herhangi bir atomun hareketi diğerlerinden ayrılamaz. Bu nedenle yoğunlaşmada tüm atomların hareketi ayrı ayrı değil, sanki tüm atomları içeren tek bir büyük atomun hareketi gibi göz önüne alınabilir (Penckwitt, 2003).

Bose-Einstein yoğunlaşmasının nasıl meydana geldiğini göstermek için kütlesi sıfırdan farklı bir bozon gazının fiziksel davranışı ele alınır. Büyük kanonik dağılıma göre T sıcaklığında  $\varepsilon_i$  enerji seviyesindeki parçacıkların sayısı,

$$N_i(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} - 1} \quad (1.1)$$

bağıntısı ile verilir. Burada  $\varepsilon_i$ , kinetik enerjiyi ve  $\mu$ , kimyasal potansiyeli gösterir.  $k_B$  Boltzman sabiti ve T sıcaklık olmak üzere  $\beta = \frac{1}{k_B T}$  ile verilir. Sistemin toplam parçacık sayısı seviyelerdeki parçacık sayısının toplamıdır.

$$N = \sum_i N_i(\varepsilon) \quad (1.2)$$



Sistem yeterince büyük seçildiğinde enerji seviyeleri birbirine oldukça yakın olacağından Denklem (1.2)'deki toplam, integral olarak ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} N &= N_0 + \int \frac{g(\varepsilon)}{\exp((\varepsilon - \mu)/k_B T) - 1} d\varepsilon \\ &= N_0 + N_{ex} \end{aligned} \quad (1.3)$$

V hacim olmak üzere, 3-boyutta serbest parçacık modeli için durum yoğunluğu  $g(\varepsilon)$  aşağıdaki şekilde tanımlanır

$$g(\varepsilon) = \frac{V}{3\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} \quad (1.4)$$

Enerji sıfır olduğunda Denklem (1.4) ifadesi sıfır olacağından Denklem (1.3) ile verilen integral sıfır enerjili taban durumda bulunan parçacıkların sayısını içermez. Bu nedenle enerjinin sıfır olduğu duruma karşılık gelen  $N_0$  terimi integralden ayrı olarak göz önüne alınır. Yoğunlaşma,  $T_c$  kritik sıcaklığının altında oluşacağından,  $T_c$  sıcaklığındaki parçacık sayısı uyarılmış durumdaki parçacıkların sayısının üst sınırını verir ve  $\mu=0$  alınarak bulunabilir. Bu durumda uyarılmış durumlardaki parçacık sayısı için,

$$\begin{aligned} N_{ex} &= \int \frac{g(\varepsilon)}{\exp(\varepsilon/k_B T) - 1} d\varepsilon = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{2mk_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{\exp(x) - 1} dx \\ &= 2,612V \left( \frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \end{aligned} \quad (1.5)$$

ifadesi elde edilir. Sistemin sıcaklığı azaldığında uyarılmış durumdaki parçacıkları sayısı azalırken taban durumdaki parçacıkların sayısı artmaya başlar. Sıcaklık Denklem (1.5)'te verilen uyarılmış durumlardaki parçacık sayısının toplam parçacık sayısına eşitlenmesiyle, yani  $N_{ex}(T_c) = N$  şartıyla belirlenen  $T_c$  kritik sıcaklığının altına inerse

parçacıkların çok büyük bir kısmı taban durumda bulunur yani Bose-Einstein yoğunlaşması oluşur. Kritik sıcaklık yukarıda verilen şart kullanılarak belirlenebilir:

$$T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{mk_B} \left( \frac{N}{2,612} \right)^{2/3} \quad (1.6)$$

Denklem (1.5) ve Denklem (1.6) kullanılarak taban durumdaki parçacıkların sayısının ( $N_0$ ) ve uyarılmış durumdaki parçacıkların sayısının ( $N_{ex}$ ), toplam parçacık sayısına oranı sıcaklığın bir fonksiyonu olarak hesaplanabilir.

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad (1.7)$$

$$\frac{N_{ex}}{N} = \left( \frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad (1.8)$$

$T > T_c$  için taban durumdaki parçacıkların sayısı ihmal edilecek kadar az sayıda iken,  $T$  azalarak  $T_c$ 'nin altına indiğinde taban durumdaki parçacıkların sayısı hızla artar. Taban durumda parçacıkların enerjileri sıfırdır. Bunlar enerjileri olmadığı için basınca katkıda bulunmaz, momentum taşımadıkları için viskoziteye de katkıları yoktur. Sıfır enerjili taban durumda parçacıkların yoğunlaştığı bu süreç Bose-Einstein yoğunlaşması olarak bilinir.  $T < T_c$  için sadece uyarılmış durumlarda bulunan parçacıkların ( $N_{ex}$ ) enerjisi vardır.

Denklem (1.6)' da  $n=N/V$  alınırsa kritik sıcaklık için ,

$$n\lambda_{dB}^3 = n\hbar^3 \left( \frac{2\pi}{mk_B T} \right)^{3/2} \quad (1.9)$$

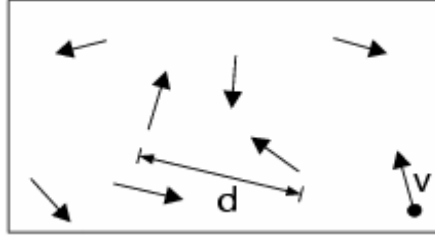
elde edilir. Burada,  $\lambda_{dB}$  parçacıkların ortalama termal dalga boyu olarak da tanımlanan de Broglie dalga boyudur.  $n\lambda_{dB}^3$  ifadesi sistemin ne kadar yoğun olduğunu tanımlamakta kullanılabilen uygun bir parametredir.  $n\lambda_{dB}^3$  birim mertebesine yaklaştığında sistem klasik davranışından uzaklaşır ve kuantum etkileri gözlenmeye başlar. Denklem (1.9) kullanılarak  $\lambda_{dB}$  elde edilebilir:

$$\lambda_{dB} = \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T} \right)^{1/2} \quad (1.10)$$

Dalga boyunun sıcaklık ile ters orantılı olduğu kolayca görülebilmektedir (Tosi, 2003). Sistem sıcaklığı düşürülmeye başlandığında, parçacıkları temsil eden De Broglie dalga boyu büyüklüğü artmaktadır (Şekil 1.1).

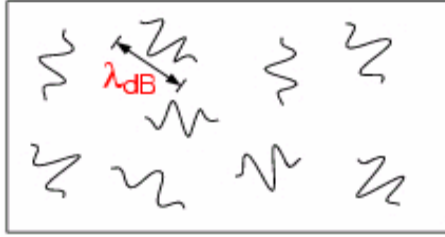
Şekil 1.1’de verilen yoğunlaşma kriteri, bize gaz atomlarının BEY ‘i nasıl oluşturduğunu açıklamaktadır. Şekil 1.1.a, Yüksek sıcaklıklarda atomlar bilardo topları görüntüsündedir ve ideal gaz atomları serbestçe hareket eder. Şekil 1.1.b, atomun De Broglie dalga boyu ile sıcaklık ters orantılı olduğundan sıcaklık azaldıkça atomların dalga karakteri öne çıkar ve De Broglie dalga boyu ile temsil edilmeye başlarlar. Şekil 1.1.c’ de atomlar arası uzaklık  $d$  ile atomların De Broglie dalga boyu  $\lambda_{dB}$  ’nın karşılaştırılabilir hale geldiği durumdur.  $T_c$  kritik sıcaklığın altında BEY’in ortaya çıktığı ve Şekil 1.1.d’de ise sıcaklık sıfıra yaklaştıkça termal bulutun yerini saf bozon yoğunlaşmasına bıraktığı gözlenir . Bu durumda sistem büyük tek bir madde dalgası ile temsil edilebilir.

a)



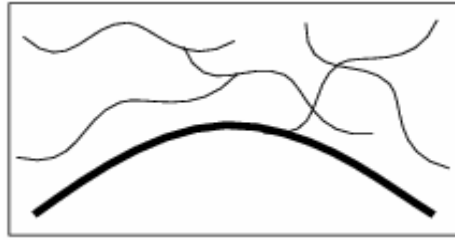
Yüksek  $T \gg T_c$  sıcaklığında ideal gaz atomları

b)



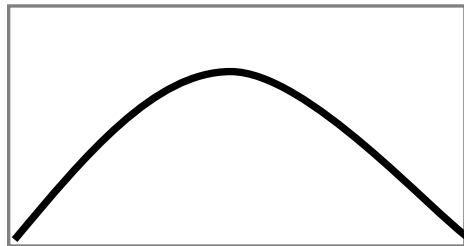
Düşük  $T$  sıcaklığında  $\lambda_{dB} = \frac{\hbar}{mv} \propto T^{-\frac{1}{2}}$

c)



$T = T_c$ , BEY  $\lambda_{dB} = d$

d)



$T = 0$ , saf bozon yoğunlaşması

Şekil 1.1 Yoğunlaşma Kriteri

Düşük sıcaklık fiziğinin tarihi, 1908 yılında Hollandalı fizikçi Heike Kamerlingh Onnes'in kaynama sıcaklığı 4,2 K olan helyumu sıvılaştırmasıyla başlamıştır. Üç yıl sonra, Onnes ve arkadaşları metallerin düşük sıcaklıkta dirençlerini incelerken süperiletkenlik olayını keşfetti. Bu nedenle Onnes 1913 yılında Nobel fizik ödülünü kazanmıştır. Ancak 1938 yılında London bu süper akışkanlığın  $^4\text{He}$  atomlarının bozonik karakterinden kaynaklanması gerektiğini ve düşük sıcaklıklardaki  $^4\text{He}$  sıvısının süper akışkan davranışının bir Bose-Einstein yoğunlaşması olabileceğini ileri sürdü. London,  $^4\text{He}$  sıvısının lamda geçiş noktasını buna göre hesaplamış ( $T_c=3,13$  °K) ve deneysel verilere oldukça yakın ( $T_c =2,17$  °K) bir değer elde etmiştir. London tarafından ilk olarak önerilen süperakışkanlık ve BEY arasındaki bu benzerlik BEY için gözlenebilir ilk olgu olması nedeniyle oldukça önemli olmasına rağmen çok açık değildir. Bunun nedeni  $^4\text{He}$  atomları arasındaki etkileşmenin ihmal edilemeyecek kadar büyük olmasıdır.

Landau, süper akışkanların hiçbir direnç kuvveti ile karşılaşmadan akan bir sıvı gibi davranışını açıklayan teoriyi ilk defa 1941 yılında oluşturuldu. Teori, girilebilir enerji durumları yeterince azaltıldığında ancak uzun dalga boyuna sahip fotonların uyarılacağını ve böylece süper akışkan bir durum oluşacağı fikrine dayanıyordu (Landau, 1941).

Penrose ve Onsager (1956),  $^4\text{He}$  atomları arasındaki etkileşmeleri de göz önüne alarak,  $^4\text{He}$  sıvısından oluşan bir sistem için Bose-Einstein yoğunlaşmasının matematiksel ifadesini elde etmişlerdir. Sıfır sıcaklıkta yapmış oldukları bu çalışmada süperakışkan sıvı helyumun oldukça küçük bir kısmının (yaklaşık %8) taban durumda bulunabileceğini göstermişlerdir. Yani süperakışkan sıvı helyumda oldukça az sayıda parçacık taban durumu işgal etmektedir ve bu nedenle  $^4\text{He}$  sıvısındaki yoğunlaşma açık bir şekilde gözlenememektedir. Modern ölçümlerde bile  $T=0$  için yoğunlaşma miktarı %7.25 olarak elde edilmektedir (Glyde vd. 2000, Sokol 1996). Bununla birlikte  $^4\text{He}$  sıvısında gözlenen süperakışkanlık BEY olayının gelişmesinde önemli bir rol oynamıştır.

## 1.2 Yerelleşme (Lokalizasyon) Kavramı

Kristal, periyodik bir yapıya sahiptir ve kristalin tüm fiziksel özellikleri, simetri eksenini boyunca benzer özellik gösterir. Örneğin kristali oluşturan her birim hücre için bir elektronun bulunma olasılığı aynıdır. Periyodik potansiyeli  $\vec{T}$  öteleme vektörü olmak üzere  $V(\vec{r}) = V(\vec{r} + \vec{T})$  ile tanımlanan bir örgüde dalga vektörü  $\vec{k}$  olan bir elektronun Bloch dalga fonksiyonu

$$\psi_k(\vec{r}) = u_k(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (1.11)$$

ile ifade edilir. Böyle bir elektronun  $\vec{r}$  ile  $\vec{r} + \vec{T}$  de bulunma olasılıkları eşittir. T=0 K' de kristal elektronları en düşük enerji seviyesinden başlayarak öz durumları işgal ederler. T=0 K' de uyarılmış durumlar bulunmaz ve kristalin dalga fonksiyonu yerelleşmemiş (delokalize) durumdadır. Dalga fonksiyonunun yerelleşmemiş olması, onun tüm kristale yayılması anlamına gelmektedir.

Periyodik sistemlerin fiziği çok iyi formüle edilmiştir. Ancak genellikle, yapıların tümünde safsızlıklar nedeniyle periyodik yapıdan sapmalara rastlanır. Bu sapmalar “*yabancı atom*” veya “*kusur*” olarak adlandırılır. Bozunmuş periyodikliğe sahip bu yapılara “*düzensiz sistemler*” denir. Sistemdeki düzensizliğin şiddetini, yabancı atomun doğası ve sistem içine ne şekilde dağıldığı belirler.

Yapının düzensizliği önemsiz kabul edildiğinde düzensiz sistemlerin fiziksel özellikleri (geçiş özellikleri ve iletkenlik gibi) pertürbasyon teorisi ile hesaplanabilir. Zayıf düzensizliğe sahip iletkenlerde elektron geçişinin Bloch-Boltzman kuazi klasik teorisi, iletkenliğin yabancı atoma ve sıcaklığa bağlı tanımlanmasında oldukça kullanışlıdır. Bununla birlikte düzensizliğin şiddetinin arttırıldığı noktada pertürbasyon teorisi fiziksel özellikleri açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Bu durumda güçlü düzensizliklerin anlaşılması için yerelleşme kavramı gündeme gelmektedir.

Yerelleşme bir dalga özelliğidir. Elektromanyetik dalgalar, su dalgaları veya parçacık dalgalarının her biri yerelleşme özelliği sergileyebilir. Kavram, dalgaların

düzensiz ortamlar ile etkileşmesinden ortaya çıkmaktadır. Düzensizlikten dolayı ortamda birçok saçılma merkezi meydana gelir ve dalgalar ortam içinde ilerlerken bu saçılma merkezlerinden birçok saçılmaya uğrarlar. Çoklu saçılmalara maruz kalan bir elektronu ele alalım. Elektronun ilk durumunu  $\vec{k}_i$  dalga vektörü ile  $|\vec{k}_i\rangle$  olarak ve son durumunu  $\vec{k}_f$  dalga vektörü ile  $|\vec{k}_f\rangle$  olarak gösterelim.  $n$  tane saçılmayı içeren bir saçılma süreci

$$P_A \equiv (k_i \rightarrow k_{A,1} \rightarrow k_{A,2} \rightarrow \dots \rightarrow k_{A,n-2} \rightarrow k_{A,n-1} \rightarrow k_f) \quad (1.12)$$

olsun.  $P_A$ 'nın olası genliğini  $T_A$  ile gösterelim. Benzer şekilde  $T_B$  olası genliğine sahip başka bir saçılma süreci de

$$P_B \equiv (k_i \rightarrow k_{B,1} \rightarrow k_{B,2} \rightarrow \dots \rightarrow k_{B,n-2} \rightarrow k_{B,n-1} \rightarrow k_f) \quad (1.13)$$

olsun.  $|k_i\rangle \rightarrow |k_f\rangle$ 'ye geçiş olasılığı

$$|T_A + T_B|^2 = |T_A|^2 + |T_B|^2 + 2|T_A||T_B|\cos(\theta_A - \theta_B) \quad (1.14)$$

ile verilir. Burada  $\theta_A$  ve  $\theta_B$  düzensiz fazlardır ve ortalama beklenen değerleri  $\langle \cos(\theta_A - \theta_B) \rangle = 0$  dır. Böylece geçiş olasılığı  $|T_A|^2 + |T_B|^2$  olur.

Şimdi ise geri saçılma olarak adlandırılan  $|k_f\rangle = |-k_i\rangle$  durumunu ele alalım. Geri saçılmalara maruz kalan bir sistem için  $P_A$  saçılma sürecinin olası genliği  $T_A$  ve  $P_B$  saçılma sürecinin olası genliği  $T_B$  olsun. Geri saçılma durumunda  $P_A$  süreci  $P_B$  sürecine eşittir yani  $T_A = T_B$  ve  $\theta_A = \theta_B$  dir. Dolayısıyla  $|k_f\rangle \rightarrow |-k_i\rangle$  'ye geçiş olasılığı  $|T_A + T_B|^2 = 4|T_A|^2$  olur. Böylelikle geri saçılmalar (ters yönde saçılma) durumunda geçiş olasılığı artmış olur. Bu fenomen uygun geri saçılma (coherent-backscattering) olarak adlandırılmaktadır. Dalga girişimi ise A yolu ile ters yönde

ilerleyen  $A$  yolu arasında gerçekleşir ve girişim sonucunda dalgaların ilerlemesi tamamen durabilir.

Düzensiz ortamlarda dalga difüzyonunun olmamasına Anderson yerelleşmesi (Anderson 1958) denir. Bir elektronun yerelleşmesinden kast edilen; yerelleşmenin merkezinden uzaklaştıkça dalga fonksiyonunun exponansiyel olarak azalmasıdır. Yerelleşme uzunluğu, yerelleşme durumunun uzaysal genişliğinin bir ölçüsüdür. Elektronun dalga fonksiyonu nitelik bakımından

$$\psi(x) \approx \exp\left(-\frac{|x|}{L_{loc}(E)}\right) \quad (1.15)$$

şeklindedir. Burada  $L_{loc}(E)$ , yerelleşme uzunluğudur. Yerelleşme uzunluğu sistemdeki diğer tüm uzunluklardan (sistemin boyu gibi) daha büyük ise elektron geçişi sağlanabilir. Eğer ki yerelleşme uzunluğu sistemdeki diğer uzunluklardan daha küçük ise elektron geçişine izin verilmez.



## BÖLÜM 2

### DENEYSEL YÖNTEMLER

Atomlar arasındaki uzaklık termal de-Broglie dalga boyu mertebesinde olacak şekilde kritik sıcaklığın altına kadar soğutulabilen bozon gazında Bose-Einstein yoğunlaşması oluşur. Kritik sıcaklığın altına kadar soğutulan gazda bir faz geçişi olacağı Einstein tarafından matematiksel olarak hesaplanmıştır (Einstein, 1925). BEY'in deneysel gözlenmesi, yoğunlaşmanın oluşması için gerekli olan yeterince düşük sıcaklıklara inilemediğinden, deneysel doğrulama Einstein'ın hesaplamalarından 70 yıl sonra, 1995 yılında JILA'dan (Joint Institute for Laboratory Astrophysics) Cornell ve Wiemann ile onlarla eş zamanlı olarak MIT'den (Massachusetts Institute of Technology) Ketterle, Rice Üniversitesinden R. Hulet ve grubu tarafından gerçekleştirilebilmiştir. Bu çalışmalarından ötürü Ketterle, Cornell ve Wiemann 2001 yılında Nobel ödülünü kazandılar.

80'li yıllarda geliştirilen lazerle soğutma tekniklerinin kullanılarak nötral atomların soğutulabileceğinin keşfedilmesi (Chu vd. 1985, Chu 1997, Adams ve Riis 1997) ile atomlar 100  $\mu$ K mertebesine kadar soğutulabilmiştir. Fakat bu sıcaklık da yoğunlaşmanın gözlenebilmesi için yeterince düşük değildi. Lazerle soğutmaya ilave olarak buharlaştırarak soğutma yönteminin sisteme eklenmesi ile yoğunlaşmanın gözlenebileceği anlaşılmış ve yoğunlaşmanın deneysel gözlenmesi gerçekleşmiştir.

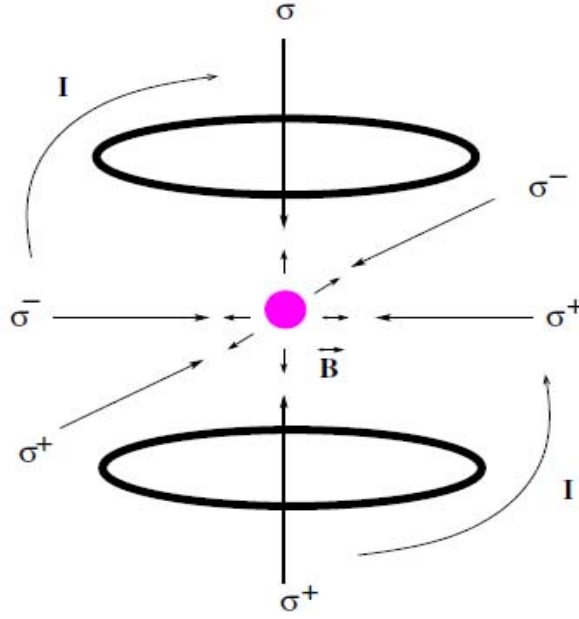
BEY olayının gözleendiği deneysel süreçler birbirine oldukça benzerdir: Önce, atomlar bir fırında buharlaştırılır, fırından çıkan atom demeti zıt yönlü bir lazer demeti ve konuma bağlı uygun bir manyetik alan kullanılarak yavaşlatılır. Yavaşlatılan atomlar vakum içerisinde manyetik tuzaklarda tuzaklanır, tuzaklanan gaz tekrar lazerle soğutulur ve son aşamada tüm lazerler kapatılarak buharlaştırma yöntemi ile soğutulur.

Son olarak CCD (Charge-coupled device) kameralarla görüntülenir (Hodby 2002, Streed vd. 2006).

## 2.1 Magneto-Optik Tuzaklar (MOT)

Soğuk atomlarla yapılan deneylerde Magneto-Optik Tuzakların (MOT) kullanımı oldukça yaygındır. Sadece atomları tuzaklamakta değil aynı zamanda soğutma işleminde de kullanılır. Homojen olmayan manyetik alan nedeniyle atomun frekansı konuma bağlı olduğundan geniş bir aralıkta hız dağılımına sahip atomların soğutulması da mümkün olmaktadır.

1987 yılında Rabb tarafından lazer ortamına eklenen homojen olmayan manyetik alan ile Manyetik Optik Tuzak (MOT) oluşturuldu. MOT, soğuk atomlar üzerine yapılan deneylerde kullanılan en yaygın düzeneklerdendir. Lazer ile soğutma düzeneğinde atomlar hapsedilemez sadece ortalama hızları düşürülür. MOT'un önemi burada yatmaktadır, atomların soğutulması yanında ortamda tutulması da gereklidir. MOT, atomlar üzerine konuma bağlı bir kuvvet uygulayarak uzayın belli bir kısmında bu soğuk atom bulutunu bir arada tutabilir. Manyetik alan ile etkileşen atomlar, Zeeman yarılmasına maruz kalır. Atomlar, manyetik alanın sıfır olduğu tuzak merkezine doğru geri çağırıcı bir kuvvet algırlar. Homojen olmayan manyetik alan ve altı tane lazer ile oluşturulan MOT düzeneği Şekil 2.1' de gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Manyetik Optik Tuzak (MOT) düzeneği. Bu şekilde verilen  $\sigma^+$  ve  $\sigma^-$  dairesel polarize lazer ışınlarıdır.  $\mathbf{B}$  manyetik alanı,  $\mathbf{I}$  ise akımı göstermektedir.

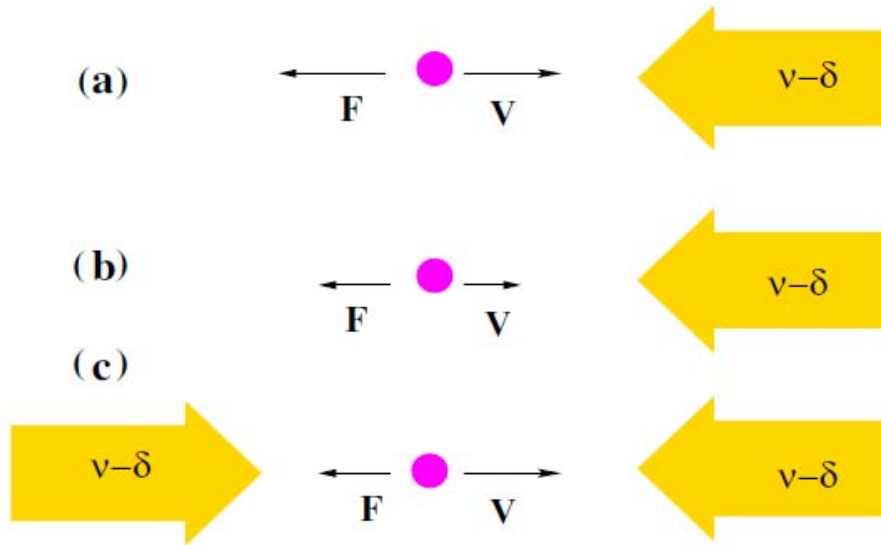
## 2.2. Lazerler ile Soğutma

Lazer ile soğutma kavramı ilk olarak 1968 yılında Letokhov, 1970 yılında A. Ashkin tarafından öne sürüldü. Bu konuda farklı çalışmalar yürütüldüğü yıllarda ilk defa lazer ışığının serbest atomları soğutmada kullanılabileceğini gösterdiler (Hansch ve Schawlow, 1975).

Bose-Einstein yoğuşması deneylerinin yapılabilmesi için gerekli olan çok düşük sıcaklıklara ulaşmak, 1980' li yıllarda nötral atomların lazerle soğutma tekniklerinin gelişmesinden (Chu vd. 1985, Chu 1997) sonra mümkün olmuştur. Lazerle soğutma BEY deneylerinin hepsinde kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemde, aynı açısal frekansa

ve aynı şiddete sahip iki lazer demeti birbirine zıt olacak şekilde yerleştirilir. Lazer demetinin frekansı, kullanılan gazın uyarılma durumu ile taban durum arasındaki atomik geçiş frekansı aralığında seçilir.

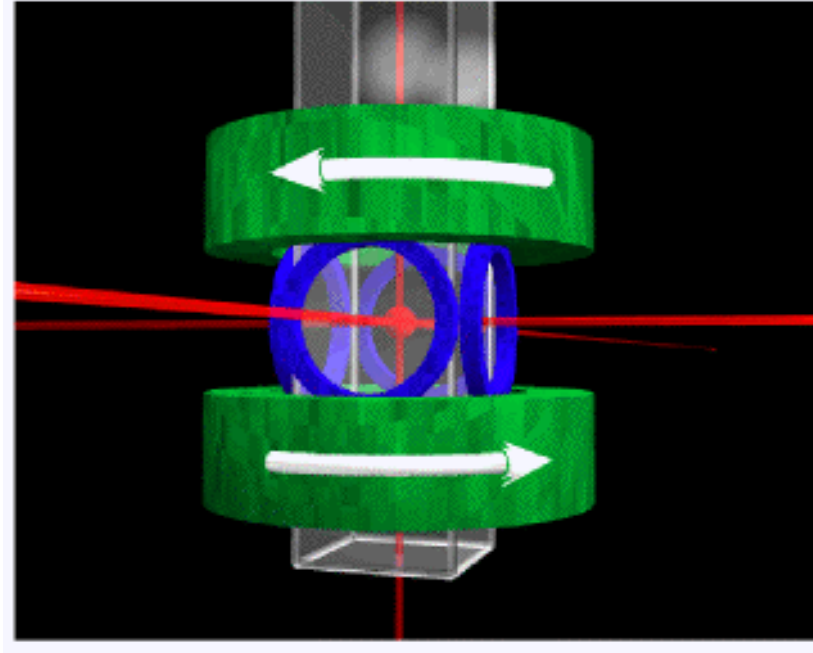
Atomların yavaşlaması atomların dışardan foton soğurması ile gerçekleşir. Çünkü foton soğurma ile atomun momentumunu değiştirir. Doppler kayması olarak bilinen, atomun enerjisini azaltma yöntemi sayesinde, atom sürekli olarak hareket yönü doğrultusunda momentum soğurur. Lazer ile soğutmadaki amaç, foton-atom saçılmasında “Doppler etkisini” kullanarak atomların ortalama hızlarını düşürmek ve bu yolla onların sıcaklığını azaltmaktır. (Şekil 2.4 ).



Şekil 2.2: Lazer ile soğutma konfigürasyonu.

Şekil 2.2’de verilen Lazer ile soğutma konfigürasyonu bize atomların ortalama hızlarının nasıl azaltılacağını açıklamaktadır. Şekil 2.2.a, Lazere karşı  $V$  hızı ile ilerleyen atom, Doppler genişlemesinden ötürü lazeri kendisi ile aynı frekansta algılar (kıızıl-ayar) ve fotonları soğurur. Kendiliğinden salınım sayesinde soğurduğu fotonları rasgele yönlerde salar, atomun lazer yönündeki ortalama hızı azalır. Şekil 2.2.b, Lazer yönünde atomun  $V$  hızı ve buna bağlı olarak  $F$  sürtünme kuvveti de küçülür. Şekil 2.2.c, İki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer arasında hareket eden atom zıt yönde ilerlese de  $F$  sürtünme kuvvetini algılar ve bir boyutta atomun hareketi bastırılır.

Eğer üç boyutlu bir lazer düzeneği sağlanırsa atomlar tüm serbestlik dereceleri doğrultusunda soğutulabilir (Şekil 2.3).



Şekil 2.3 Üç çift lazer yardımıyla parçacıkların yavaşlatılması.

Şekil 2.3 'te lazerler altı farklı yönden atom üzerine gelir. Bu lazerler kızıl-ayar olduğu için atom, Doppler kayması nedeniyle aynı rezonansa algıladığı lazer ışını soğurur. Sonuç olarak atomlar, altı yönden gelen ışınlar sayesinde yavaşlatılır.

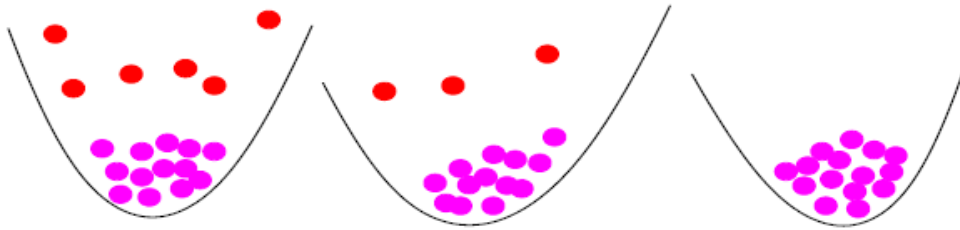
### 2.3. Buharlaştırarak Soğutma

Lazerle soğutma ile ulaşılan sıcaklıklar, oldukça düşük olmasına rağmen Bose-Einstein yoğunlaşmasını elde etmeye yeterli değildir. Buharlaştırarak soğutmadaki amaç, yüksek enerjili atomların tuzaktan kaçmasına izin verilerek Şekil 2.4' te gösterildiği gibi geride kalan atomların ortalama enerjilerinin azaltılması tekniğine dayanır. Buharlaştırarak soğutma yöntemi, içerdiği fizik açısından fincan içindeki kahvenin soğuması ile aynıdır.

Enerjisi fazla olan moleküller fincandan kaçır ve buhar haline gelirken paylaştıklarından daha fazla kinetik enerjiyi de beraberinde götürürler. Bu şekilde fincan içinde kalan atomlar termalizasyon ile soğurlar. Buharlaştırarak soğutma için gerekli koşul, atomik örneğin etkileşmeler ile ısınması süresinde geçen zamana oranla, uzun bir yaşam ömrüne sahip olmasıdır.

Buharlaştırarak soğutma deneylerinde, ilk olarak Manyetik Optik Tuzak (MOT) ve lazerler söndürülür. Aynı anda başka bir manyetik tuzağın yonca yaprağı biçimindeki halkaları açılır. Manyetik alan, atomun aşırı ince yapı yarılmasına neden olur.

Tuzağın köşesindeki atomların enerjisi, tuzağın merkezindekilere oranla daha fazladır. Enerjisi fazla olan atomların tuzaktan serbest bırakılması için radyo frekans alanı kullanılır. Radyo frekans alanı kullanılmasındaki amaç, atomların spinlerinin döndürülmesidir. Manyetik alan, manyetik momentleri manyetik alan ile paralel atomlar için itici bir kuvvete dönüşür. İtici manyetik kuvvet atom bulutunu tuzaklanmış ve tuzaklanmamış olmak üzere ikiye ayırır. Tuzaklanmamış olan atomlar tuzaktan atılır. Radyo frekans alanı atomik etkileşmeler ve ısıl artış hızına bağlı olarak ayarlanabilir.

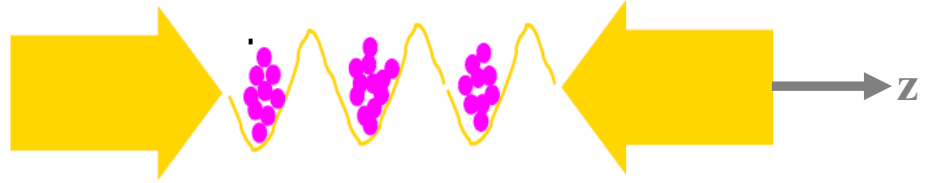


Şekil2.4 Buharlaştırarak Soğutma konfigürasyonu (www.physics.lsa.umich.edu).

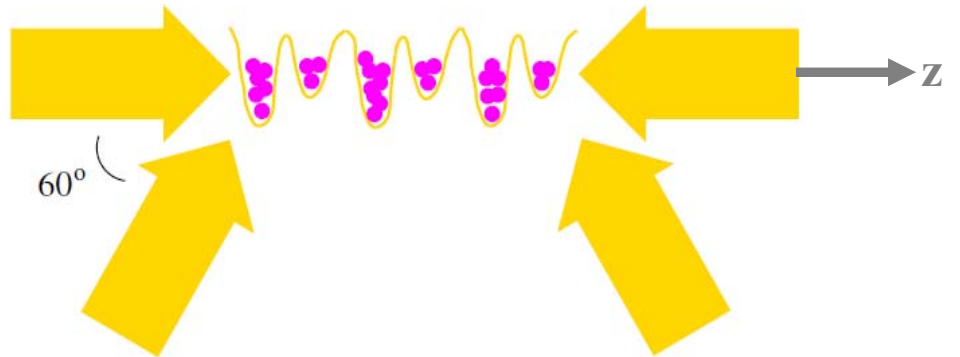
### BÖLÜM 3

#### OPTİK ÖRGÜLER

Lazerlerin girişimiyle elde edilen optik potansiyel, lazerlerin geometrik dizilimi ile oluşan bir simetriye sahiptir. İki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer, atomlar için bir boyutlu doğrusal optik örgü oluşturur (Şekil 3.1). İki periyotlu optik örgü oluşturmak için, z ekseninde iki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer ve bu lazerlerle  $60^\circ$ 'lik ve  $120^\circ$ 'lik açılar yapacak iki lazer daha ortama eklenir (Şekil 3.2). Optik tuzağın derinliği uygulanan lazer ışınının yoğunluğu ile orantılıdır.



Şekil 3.1 Tek periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma.



Şekil 3.2 İki periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma.

İlk durumda atomların algıladığı potansiyel periyodiktir ve tek boyutlu optik örgü için elektrik alan

$$E = E_0 e^{i(kz - \omega t)} + E_0 e^{-i(\omega t + kz)} = 2E_0 e^{-i\omega t} \cos(kz) \quad (3.1)$$

dir. Denklem (3.1)' e göre atomların algıladığı potansiyel enerji ise

$$U(z) \propto I \propto |E|^2 \propto E_0^2 \cos^2(kz) \quad (3.2)$$

olur. İki periyotlu durumun ifadesi

$$U(z) \propto |E|^2 = E_0^2 (\cos^2(kz) + \beta^2 \cos^2(kz/2)) \quad (3.3)$$

dir. Burada  $\beta$  bitişik kuyular arasındaki potansiyel enerji farkı oranıdır.

Optik örgüde aşırı soğuk atomların (Grynberg ve Robilliard 2001) çalışılmasının bir önemi de, Bloch salınımları Landau-Zener tünellenmesi (Dahan vd. 1996, Peik vd. 1997) ve Wannier-Stark merdivenleri gibi iletim fenomenlerinin kanıtlanmasına olanak sağlamasıdır. İki, üç ya da daha yüksek boyutlardaki örgüler, iki veya üç çift lazerin ortogonal doğrultularda yerleştirilmesi ile elde edilebilir.

Yoğunlaşma üzerine uygulanacak kuvvet etkisi ile yoğunlaşmanın uyumlu iletim davranışı; Bloch salınımları, Bragg saçılması ve yoğunlaşma atomlarının birbirleriyle olan girişimlerinin gözlenmesine olanak sağlar. Yoğunlaşma üzerine uygulanacak kuvvet sabit, harmonik veya her ikisi birden olabilir.



### 3.1 Harmonik Tuzak İçindeki Yoğunlaşma

Aşırı soğuk gaz atomları, önceden gördüğümüz üzere laboratuvar ortamında manyetik alanlar ile oluşturulan tuzaklar içinde elde edildi. Bu şekilde homojen olmayan ortamda tutulan atomlara uygulanan dış etkiye en iyi yaklaşıklık harmonik ya da sinüsoidal bir dış potansiyel ifadesi ile olmaktadır.

Atomları bir arada tutabilmek için küresel veya eksenel simetriye sahip tuzaklar kullanılabilir. Genellikle tuzak potansiyeli  $V_{tuzak}$ , eksenel simetrik harmonik salıncı potansiyeli

$$V_{tuzak} = V_{tuzak}(r_{\perp}, z) = \frac{1}{2}M(w_{\perp}^2 r_{\perp}^2 + w_z^2 z^2) \quad (3.4)$$

ile verilir. Burada  $r_{\perp} = (x^2 + y^2)^{1/2}$  radyal koordinat,  $w_{\perp}$  radyal frekanstır. Eksenel frekans  $w_z$  ve radyal frekanslar  $w_{\perp}$  arasındaki oran, tuzağın simetrisini tayin eden  $\lambda'$  anizotropi parametresini verir. Anizotropi parametresi

$$\lambda' \equiv \frac{w_z}{w_{\perp}} \quad (3.5)$$

ile verilir. Bu anizotropi parametresi Denklem (3.4)' e yerleştirildiğinde

$$V_{tuzak} = \frac{1}{2}Mw_{\perp}^2(r_{\perp}^2 + \lambda'^2 z^2) \quad (3.6)$$

bulunur. Anizotropi parametresi  $\lambda'$  'nün büyük olduğu  $\lambda' \gg 1$  durumunda tuzak potansiyeli gözleme (pancake) adı verilen bir şekilde (Akdeniz vd. 2004),  $\lambda'$  'nün küçük olduğu  $\lambda' \ll 1$  durumda ise puro (cigar) adı verilen şekilde (Akdeniz vd. 2003) ele alınır.

Yoğunlaşma, ortalama alan, Hartree-Fock teorisi yaklaşıklığı altında  $T=0$  sıcaklığında Gross-Pitaevskii Denklemi (GPD)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(r) + V_{\text{tuzak}}(r)\psi(r) + g|\psi(r)|^2\psi(r) = \mu\psi(r) \quad (3.7)$$

denklemini ile betimlenir. Burada  $V_{\text{tuzak}}(r)$  atomların tutulduğu tuzak potansiyelini,

$g = \frac{4\pi\hbar^2 m}{a}$  atomlar arası etkileşmelerin ifade edildiği terimi ( $a$  saçılma uzunluğunu),

$\mu$  normalizasyon koşulu  $\int dr|\psi(r)|^2 = N_p$  ile tayin edilen kimyasal potansiyeli ve  $N_p$  toplam parçacık sayısını gösterir.

### 3.2 Optik Örgü İçindeki Yoğunlaşma

Bir önceki kısımda aşırı düşük sıcaklıklarda Bose-Einstein yoğunlaşması elde etmek için atomların nasıl soğutulacağı ve harmonik tuzak etkisinde nasıl tuzaklanacağı açıklandı. Bu kısımda, adyabatik olarak tek boyutlu optik örgü içine yüklenen yoğunlaşma atomlarının davranışları açıklanacaktır.

Yoğunlaşma, bir boyutlu puro görünümü harmonik tuzak içinde hapsedildikten sonra iki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazeri sisteme ekleyerek tek boyutlu optik örgü oluşturulur. Bu optik örgü, yoğunlaşma atomları için ideal bir boyutlu periyodik potansiyel sağlar.

Bir potansiyel kuyuları topluluğu olan optik örgü içine adyabatik olarak yüklenen yoğunlaşma için örgü bariyerinin yüksek olmaması ve komşu kuyular arasında tünellenmeye izin verilmesi sağlanarak farklı örgü sitelerindeki parçacıklar arasında faz uyumu korunur. Bir boyutlu örgüde enerji-momentum ilişkisi, Brillouin

bölgesinde ( $k_L < q \leq k_L$ ) arasında  $E_j(q)$  enerji bantları ile verilir. Burada  $k_L$  lazerin dalga sayısını ifade eder. Brillouin bölgesi arasındaki dalga fonksiyonu ifadesi Bloch teoremine uyar ve iki farklı takım Bloch orbitalleri ile

$$Z_{jq}^{\pm}(z) = 2^{-1/2} [u_{iq} \pm v_{jq}] \quad (3.8)$$

verilir (Berg-Soophirensen vd. 1998, Chiofalo vd. 2000). Burada  $u_{iq}$  ile  $v_{jq}$  ifadeleri Bogoliubov genliklerini tanımlar. Temel seviye,  $q=0$ ' da en düşük seviyeli enerji bandının tabanında yer alır. Örgü probleminde, sıfır enerji çözümü  $Z_{00}^+(z)$  ile verildiği için birinci (en düşük seviyeli) bant yapısını değerlendirirken  $Z_{0q}^+(z)$  fonksiyonu göz önünde bulundurulur. Bu noktada, Bloch orbitallerini örgü sitelerinde merkezlenmiş  $w_0^+(z)$  Wannier fonksiyonlarının

$$Z_{0q}^+ = N^{-1/2} \sum_l \exp(iql) w_{0q}^+(z - ld) \quad (3.9)$$

süper pozisyonları olarak ifade etmek uygun olur (Kohn, 1959). Burada  $l$ ,  $N$  tane site üzerinden alınır ve  $d = \pi / k_L$  örgü arasındaki mesafeyi gösterir.

Denklem (3.9), Bloch dönüşüm simetrisini de işe katarak Bloch orbitalleri ve Wannier fonksiyonları arasındaki Fourier dönüşüm bağıntısını ifade eder. Wannier fonksiyonları cinsinden verilen gösterim, örgünün periyodik özdeş kuyular topluluğu olduğunu vurgular.

Bu formül, örgü potansiyeli bariyerinin yüksekliğinin artışına bağlı olarak sıkı bağlılık gösterimine indirgenir. Sıkı bağlılık limiti, her bir potansiyel kuyusu içindeki yoğunlaşmanın kuyular içindeki uzaysal dağılım genişliğini veren  $\sigma$ ' nin iki site bölgesi arasındaki uzaklığı veren  $d$  ile karşılaştırılabilir olduğu durumdur. Bu durumda Wannier fonksiyonları

$$w_{0q}^+(z - ld) = \frac{1}{(\sqrt{\pi\sigma})^{1/2}} \exp-(z - ld)^2 / 2\sigma^2 \quad (3.10)$$

şeklindedir (Kohn, 1959). Tek boyutta bir enerji bandına karşılık gelen tek bir Wannier fonksiyonu vardır.

### 3.3 Bose Hubbard Modeli

Hubbard modeli, esas olarak geçiş metallерindeki elektronların manyetik özelliklerinin anlaşılması amacı ile kurulmuştur. Bose Hubbard modeli ise örgüde etkileşen bozonların temel seviye faz diyagramlarının anlaşılması durumu için geliştirilmiştir. Buradaki temel serbestlik derecesi spinsiz bozonlardır ve orijinal modeldeki fermiyonik yapıda olan elektronların yerini alır

Potansiyel kuyusu bariyerinin yüksek olduğu ve bariyerler arasında tünellenmenin düşük olduğu limite, Bose-Einstein yoğunlaşması optik örgü içine hapis olur. Bu sistem ilginç bir bozon-örgü sistemi örneğidir. Buna göre Bose Hubbard Modelinin Hamilton fonksiyonu bağıntısı (Fisher vd., 1989)

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) + \sum_i \varepsilon_i \hat{n}_i \quad (3.11)$$

ile verilir. Burada  $\hat{a}_i^\dagger$  ve  $\hat{a}_j$  sırasıyla  $i$ . sitedeki yaratma ve yok etme operatörleridir. Bu Bose operatörleri ve onların Hermitsel konjuge yaratma operatörleri komütasyon bağıntısına  $[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij}$  uymaktadırlar. İki yaratma ya da yok etme operatörü her zaman komutatiftir,  $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$  sitenin işgal operatörüdür.

Denklem (3.11) deki Bose Hubbard Hamilton fonksiyonu üç terimden oluşmaktadır. Bu terimler sırasıyla açıklanacak olursa: (i)  $t$  komşu siteler arasındaki

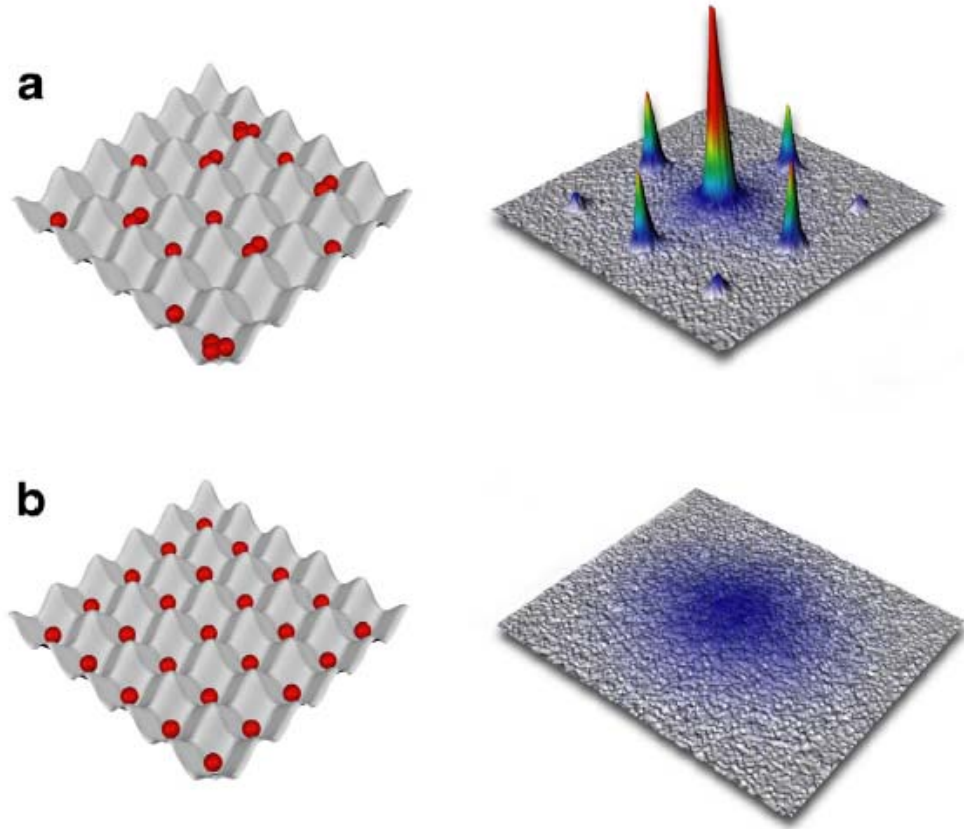
hoplama matris elemanıdır ve komşu siteler arasında bozonların tünellenebildiğini belirtir. Bu terime göre optik örgü üzerindeki her bir atom, bir örgü sitesinden diğer bir örgü sitesine yer değiştirme eğilimindedir. (ii) Bose Hubbard modelinin ikinci terimi olan  $U$  aynı sitede bulunan parçacıklar için etkileşme matris elemanıdır. Aynı sitede bulunan her bir  $n$  tane atomun diğer  $(n-1)$  tane atomla etkileşmesini tanımlar. Bu terime göre örgü sitesi içindeki atomlar buldukları konumda yerleşik (lokalize) kalma eğilimindedir. (iii) Bose Hubbard modelinin son terimi olan  $\varepsilon_i$  ise dış tuzak varlığında siteye bağlı olan site üzerindeki enerji değerini ifade eder. Homojen sistemlerde  $\varepsilon_i$  sıfırdır.

Bose Hubbard modelinin önemi, en basit kuantum faz geçişlerinden birinin kavranmasına sağladığı olanakta yatar.

Denklem (3.11) ile verilen Hamilton fonksiyonu ifadesinde, kinetik enerji tünel terimi ( $t$ ) ve itici potansiyel terimi ( $U$ ) arasında bir rekabet vardır. Potansiyel kuyusu bariyerinin yüksekliğinin fazla olduğu durumlarda tünellenme hızı azalır.

$U \ll t$  durumunda tünellenme terimi baskındır ve atom-atom etkileşmeleri önemli bir rol oynamaz. Sistem zayıf etkileşme rejimi içerisindedir yani bozonlar bir Bose-Einstein yoğunlaşmasına eğilim gösterirler ve aynı zamanda kinetik enerjilerini korumak için örgü siteleri arasında hareketli olma eğilimindedirler. Sistem tünellenme hızının yüksek olduğu durumlarda süperakışkan olarak davranır.

$U \gg t$  durumunda ise aynı sitede bulunan atomlar arası etkileşmeler baskındır. Bu durumda tünelleme hızının azalması ile parçacık iletiminin azalması sonucu Mott yalıtkan fazına geçiş söz konusu olur. Örgü üzerindeki Bose gazının süper akışkanlıktan Mott yalıtkanına geçişi, Bose Hubbard modeli tarafından kontrol edilebilen önemli bir “kuantum faz geçişi“ örneğidir (Şekil 3.4).



Şekil 3.3 İki boyutlu optik örgüde atomların a) süperakışkan fazı, b) Mott yalıtkan fazı.

Şekil 3.3.a' da Bose-Einstein yoğunlaşmasının süperakışkan durumu gösterilmektedir. Bu durumda atomlar dev makroskopik madde dalgaları ile tanımlanabilir. Süperakışkan fazında, farklı örgü siteleri üzerinde atomik dalga fonksiyonları arasındaki faz uyumu korunmaktadır. Bununla birlikte her bir örgü sitesi üzerindeki atom sayısı değişkendir. Şekil 3.3.b' de ise atomlar her bir örgü sitesine homojen olarak dağılmıştır. Atomlar arasındaki etkileşmeler baskın olduğundan her bir örgü sitesindeki atom sayısı sabit kalmaktadır. Bu durumda sistem içerisinde faz uyumuna pek rastlanmaz fakat bitişik örgü siteleri arasında bulunan atomlarda mükemmel korelasyonlar mevcuttur. Bu durumda sistem Mott yalıtkan faz durumundadır.

## BÖLÜM 4

### KISA MENZİL BAĞLANTILI DÜZENSİZLİĞE SAHİP OPTİK ÖRGÜLERDE DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME

Teorik anlamda, örgü siteleri arasında yoğunlaşma ile ortalama-alan (mean-field) teorisi çerçevesinde etkileşen bir yabancı atomu işleme sokarak bir boyutlu örgüde; tek periyotlu, iki periyotlu (Vignolo, 2003), kuazi periyotlu (Eksioglu vd. , 2004) ve kısa menzil bağlantılı (Schaff vd., 2010) düzensizliğe sahip dizilimler elde edilir. Deneysel olarak ise ilave lazerler kullanarak bu durumları elde etmek mümkündür.

Bu bölümde, sıfır derece sıcaklıkta Bose-Einstein Yoğunlaşmasının durum yoğunluğu, yerelleşme ve geçiş özellikleri kısa menzil bağlantılı düzensizliğe sahip optik örgüler için araştırıldı.

Kısa menzil bağlantılı düzensizliğin en başarılı örneklerinde biri, sıkı bağlanma lineer zinciri içerisine dimerleri rasgele dağıtmakla elde edilir. Dimer, iki küçük alt birime sahip molekül olarak tanımlanır. Random Dimer Modelde (RDM),  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjileri örgüye rasgele olarak dağıtılır. Bu modelde  $\varepsilon_b$  site enerjileri daima çiftler veya dimerler halinde bulunmak zorundadır. Aynı oluşum benzer şekilde Dual Random Dimer Modelde (DRDM) de gerçekleşir fakat bu modelde  $\varepsilon_b$  enerjili örgü siteleri iki komşu sitede asla yan yana bulunmazlar. Böylece  $\varepsilon_a - \varepsilon_b$  enerjili sitelerin çiftlenmesiyle örgüde dimer grupları oluşturulur (Schaff vd., 2010). Bu bölümde  $^{41}\text{K}$  ve  $^{87}\text{Rb}$  karışımından oluşan kısa menzil bağlantılı düzensizlik çerçevesinde optik örgüde parçacıklar arası etkileşmelerin değiştirilmesiyle atomların yerelleşmesinin kontrol edilebileceği gösterilecektir.

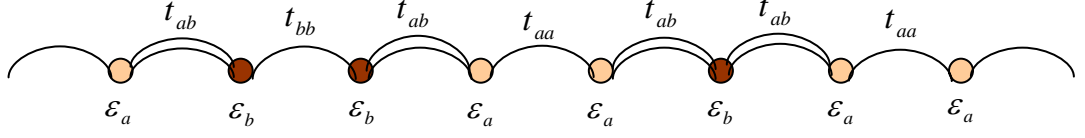
Ele aldığımız sistemi teorik açıdan çözümlenmek amacı ile, bir boyutta sıkı bağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunu kullandık. Daha önce katı hal sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kurulmuş olan renormalizasyon indirgeme yöntemine ( renormalization/decimation procedure) bağlı olarak, tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgendi (Grosso vd. 1986, Giannozzi vd. 1988). Sistemin durum yoğunluğu, yerleşme ve geçiş özelliklerini incelemek için Green fonksiyonu yaklaşıklığı kullanıldı.

#### 4.1 $^{41}\text{K}$ ve $^{87}\text{Rb}$ Karışım Sisteminin Modellenmesi

Bozon ( $^{87}\text{Rb}$ ) ve bozon ( $^{41}\text{K}$ ) karışımından oluşan sistemimizde,  $^{87}\text{Rb}$  atomunun klasik olarak tuzaklandığı  $^{41}\text{K}$  atomunun da tünellenmesine izin verildiği durumu ele alalım. Bu durumda optik örgü içerisinde yoğunlaşan  $^{41}\text{K}$  atomu “*tünellenen bozon= $B_f$* ” rolünü oynarken, daha ağır olan  $^{87}\text{Rb}$  atomu ise “*yabancı atom= $B_d$* ” rolünü oynamaktadır.

$B_d$  bozonlarının (yabancı atomun) potansiyel örgü kuyularına farklı dağılımları sonucunda  $B_f$  bozonlarının durum yoğunluğunun ve geçirgenliğinin ölçüleceği sistemimizi Şekil 4.1’ de gösteriyoruz. Şekilde gördüğümüz  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjileri,  $B_d$  bozonunun potansiyel kuyusu içinde yer alıp almamasına bağlı olarak değişmektedir.





Şekil 4.1: Yabancı atomun örgü sitelerine tamamen rasgele dağıtıldığı durum (Random Model) için yabancı atom ( $B_d$  bozonu) içermeyen ve içeren siteler ile verilen tek boyuttaki yoğunlaşmanın sıkı bağlılık Hamilton fonksiyonu şematik sunumu.

Yabancı atomun ortamda bulunup bulunmamasına göre belirlenen  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjileri için,  $\varepsilon_a$  örgü potansiyel kuyusunda sadece  $B_f$  bozonlarının bulunduğu durumdaki site enerjisine,  $\varepsilon_b$  örgü potansiyel kuyusunda  $B_f$  bozonları ve  $B_d$  bozonlarının birlikte bulunduğu durumdaki site enerjisine karşılık gelir. Şekil 4.1' deki diğer enerji ifadesi olan  $B_f$  bozonlarının hiplama enerjileri,  $t_{aa}$ ,  $t_{ab}$ ,  $t_{bb}$  olmak üzere üç farklı değer alır. Bu değerleri açıklayacak olursak sırasıyla;  $t_{aa}$  sadece  $B_f$  bozonlarını bulduran iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki hiplama enerjisini,  $t_{ab}$  sadece  $B_f$  bozonlarının bulunduğu potansiyel kuyusu ile  $B_f$  bozonları ve  $B_d$  bozonlarını birlikte bulduran komşu potansiyel kuyusu arasındaki hiplama enerjisini,  $t_{bb}$   $B_f$  bozonları ve  $B_d$  bozonlarını birlikte bulduran iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki hiplama enerjisini verir. Potansiyel kuyuları içine yabancı atomun farklı dağılımı ile yoğunlaşma için farklı örgü tipleri oluşur. Bunlar sırasıyla;

- (i) yabancı atomun örgü sitelerine düzensiz dağıtıldı Random Model (RM)
- (ii) örgü sitelerine düzensiz dağıtılan yabancı atomun bulunduğu sitelerin daima dimerler halinde olduğu random dimer model (RDM)
- (iii) örgü sitelerine düzensiz dağıtılan yabancı atomun bulunduğu sitelerin asla iki komşu sitede yan yana bulunmadığı Dual Random Dimer Model (DRDM) dir. Çalışmamızda tüm bu farklı durumlar için  $B_f$  bozonlarının durum yoğunluğunu, geçirgenliğini ve yerleşme özelliklerini araştırdık.

Sıkı bağıllık düzeninde,  $\varepsilon_a$  site enerjili potansiyel kuyusu dizilimi için sistemimiz tek bant sistemi olarak davranır.  $\varepsilon_a$  site enerjili duruma karşılık gelen hoplama enerjisi  $t_{aa}$  dir.  $\varepsilon_b$  site enerjili potansiyel kuyusu dizilimi için de sistemimiz, tek bant sistemi olarak davranır.  $\varepsilon_b$  site enerjili duruma karşılık gelen hoplama enerjisi  $t_{bb}$  dir. Şekil 4.1 den görüleceği gibi  $\varepsilon_a$ 'dan  $\varepsilon_a$ 'ya ve  $\varepsilon_b$ 'den  $\varepsilon_b$ 'ye geçişlerde sistemimiz tek bant sistem olarak davranır. Sistem  $\varepsilon_a$  site enerjili potansiyel kuyusu ile  $\varepsilon_b$  site enerjili potansiyel kuyusu arasındaki geçişlerde iki bant sistemi olarak davranır. Şekil 4.1' de  $\varepsilon_a$ 'dan  $\varepsilon_b$ 'ye olan geçişler iki bant sistemi olarak verilmektedir. Burada sistem farklı iki site enerjisine sahiptir.  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjileri arasındaki hoplama enerjisi  $t_{ab}$  dir. Kuazi momentum uzayında enerji bantları arasında  $\Delta E = |\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  kadar bir enerji bant aralığı oluşur.

Sistemimizde yabancı atom görevini gören bozonların sayısının ( $N_{Bd}$ ), tünellenen bozonların sayısına ( $N_{Bf}$ ) oranla çok daha az olduğunu kabul ettik.  $n_s$  örgü site sayısını ifade etmektedir. Deneysel olarak lazerler ile oluşturulan optik örgü potansiyel kuyuları içinde yabancı atomun yerleşmiş olması sağlanarak onların örgü potansiyel kuyularından iletimleri ihmal edildi. Bu durum lazerin dalga boyunun uygun seçimi ile sağlandı.

İki ayrı atom türü için örgü potansiyeli;

$$U_{Bd, Bf}(z) = U_{Bd, Bf}^0 \sin^2(kz) \cong -\frac{\hbar\Omega_{Bd, Bf}^2}{4\delta_{Bd, Bf}} \sin^2(kz) \quad (4.1)$$

dir. Buradaki  $\delta_{Bd, Bf} = w_L - w_{Bd, Bf}$  lazerin ayar bozma ifadesine,  $k = 2\pi/\lambda$  lazerin dalga sayısına ve  $\Omega_{Bd, Bf} = d_{Bd, Bf} E_0 / \hbar$  Rabi frekansına karşılık gelir. Rabi frekansı, lazerin elektrik alanı  $E_0$  ve atomun dipolü  $d_{Bd, Bf}$  ile verilir. Sistemde ele aldığımız optik örgünün periyodu  $\lambda/2 = d$  dir.

Atomun dipol geçişi, doğal genişlik  $\Gamma_{Bd, Bf}$ 'a bağlıdır (Cohen-Tannoudji vd., 1998) bu nedenle  $U_{Bf}^0 / U_{Bd}^0$  oranı;

$$\frac{U_{Bf}^0}{U_{Bd}^0} = \frac{\Gamma_{Bf} \delta_{Bd}}{\Gamma_{Bd} \delta_{Bf}} \quad (4.2)$$

şeklindedir. Deneylerde kullanılan (Roati vd. 2002, Goldwin vd. 2002)  $^{41}\text{K}$ 'in doğal genişliği  $\Gamma_{Bf} = 6,09\text{MHz}$  ve  $^{87}\text{Rb}$ 'nin doğal genişliği  $\Gamma_{Bd} = 5,98\text{MHz}$  dir.

Lazerin dalga boyu büyüklüğü,  $\lambda = 2d = 800\text{nm}$  seçilerek iki örgü potansiyel kuyusunun derinliği arasındaki oran  $U_{Bd}^0 / U_{Bf}^0 = 2,5$  olarak alınır. Bu ifadeden de anlaşılacağı gibi  $^{87}\text{Rb}$  ve  $^{41}\text{K}$  atomlarını bir arada bulunduran potansiyel kuyusu içinde  $^{87}\text{Rb}$  atomunun algıladığı potansiyel büyüklüğü  $^{41}\text{K}$  atomlarının algıladığının yaklaşık iki buçuk katı kadardır. Bu şekilde hazırlanan sistemimizde  $^{41}\text{K}$  atomlarının tünellenmesine izin verilirken,  $^{87}\text{Rb}$  atomlarının potansiyel kuyusu üzerinden iletimi ihmal edilir ve sistemde yerleşik olarak alınırlar.

Tünellenen bozonların potansiyel kuyularından iletimine yabancı atomun etkisini araştırmak için 1D etkin sıkı bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılır (Vignolo, 2003),.

$$H_{Bf} = \sum_{i=1}^{n_s} E_i |i\rangle\langle i| + \sum_{i=1}^{n_s-1} t_i (|i\rangle\langle i+1| + |i+1\rangle\langle i|) \quad (4.3)$$

Burada  $E_i \in \{\varepsilon_a, \varepsilon_b\}$  site enerjilerini ifade eder. Dual Random Dimer Model için  $\varepsilon_b$  enerjisi asla iki komşu sitede yan yana bulunmaz.  $t_i$  hoplama terimi  $\varepsilon_a$  enerjili iki site arasında  $t_{aa}$ , farklı enerjili iki site arasında ise  $t_{ab}$  değerini alır.  $\varepsilon_b$  enerjisi üzerine getirilen bu kısıtlama hoplama enerjilerini  $t_{ab}$  şeklinde “*dual dimerler*” olarak,  $\varepsilon_a \xleftrightarrow{t_{ab}} \varepsilon_b \xleftrightarrow{t_{ab}} \varepsilon_a$  şeklinde dağıtır. Random Model ve Random Dimer Modellemeleri için  $\varepsilon_b$  enerjisi üzerine böyle bir kısıtlama getirilmez.

Sıkı bağlılık düzeninde Denklem (4.1)' de verilen  $U_{Bf}(z)$  potansiyeli içindeki  $B_f$  bozonlarının  $i$ . Kuyudaki bir boyutlu yoğunlaşma dalga fonksiyonu, Wannier fonksiyonudur ve

$$\phi_i(z) = \frac{\phi_i(0)}{\pi^{1/4} \sigma_{zB_f}^{1/2}} \exp\left[-(z - z_i)^2 / (2\sigma_{zB_f}^2)\right] \quad (4.4)$$

ile verilir.  $|\phi_i(0)|^2$ ,  $i$ . örgü kuyusu içindeki  $B_f$  bozonlarının sayısını ifade eder. Benzer şekilde yabancı atomun yoğunluğu,  $i'$  ile belirlenmiş örgü kuyuları takımı içinde yerleşmiş Gaussiyen fonksiyonlarının süperpozisyonu

$$n_{B_d}(z) \propto \sum_{i'} \exp\left[-(z - z_{i'})^2 / \sigma_{z,B_d}^2\right] \quad (4.5)$$

şeklindedir.  $\sigma_{\perp B_f, B_d}$  ve  $\sigma_{z B_f, B_d}$  genişlikleri varyasyonel yöntem ile belirlenir. Etkin Hamilton fonksiyonu ifadesi içinde yer alan site ve toplama enerjilerinin açık ifadeleri sırasıyla site enerjisi için

$$E_i = \int dz \tilde{\phi}_i(z) \left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_{B_f}} + U_{B_f}(z) + \frac{1}{2} g |\phi_i(z)|^2 + g' n_{B_d}(z) + C_{B_f} \right] \tilde{\phi}_i(z) \quad (4.6)$$

dir. Burada  $m_{B_f}$  terimi  $B_f$  bozonunun kütleini,  $C_{B_f} = \hbar^2 / (2m_{B_f} \sigma_{\perp B_f}^2) + \frac{1}{2} m_{B_f} \omega_{\perp B_f}^2 \sigma_{\perp B_f}^2$  terimi harmonik tuzak potansiyelini,  $\omega_{\perp B_f}$  açılal frekansı ifade eder.  $\tilde{\phi}_i(z)$ , modifiye Gaussiyen fonksiyondur ve  $\int \tilde{\phi}_i(z) \tilde{\phi}_j(z) = \delta_{ij}$  formuna uymak zorundadır.  $g$  ve  $g'$  parametreleri  $B_f B_f$  ve  $B_f B_d$  etkileşme şiddetini ifade eder.  $g$  ve  $g'$  terimlerinin açık ifadeleri ;

$$g = \frac{4\pi\hbar^2}{m_{B_f}} \frac{a}{2\pi\sigma_{\perp B_f}^2} \quad (4.7)$$

$$g' = \frac{2\pi\hbar^2}{m_r} \frac{a'}{\pi(\sigma_{\perp B_f}^2 + \sigma_{\perp B_d}^2)} \quad (4.8)$$

şeklinde. Buradaki  $a$  ve  $a'$  terimleri sırasıyla,  $B_f B_f$  ve  $B_f B_d$  saçılma uzunluklarını,  $m_r$  indirgenmiş  $B_f B_d$  kütlesini verir. Sistemde ele aldığımız Bose Hubbard Hamilton fonksiyonundaki hoplama enerjisi ifadesi;

$$t_i = \int dz \tilde{\phi}_i(z) \left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_{B_f}} + U_{B_f}(z) \right] \tilde{\phi}_{i+1}(z) \quad (4.9)$$

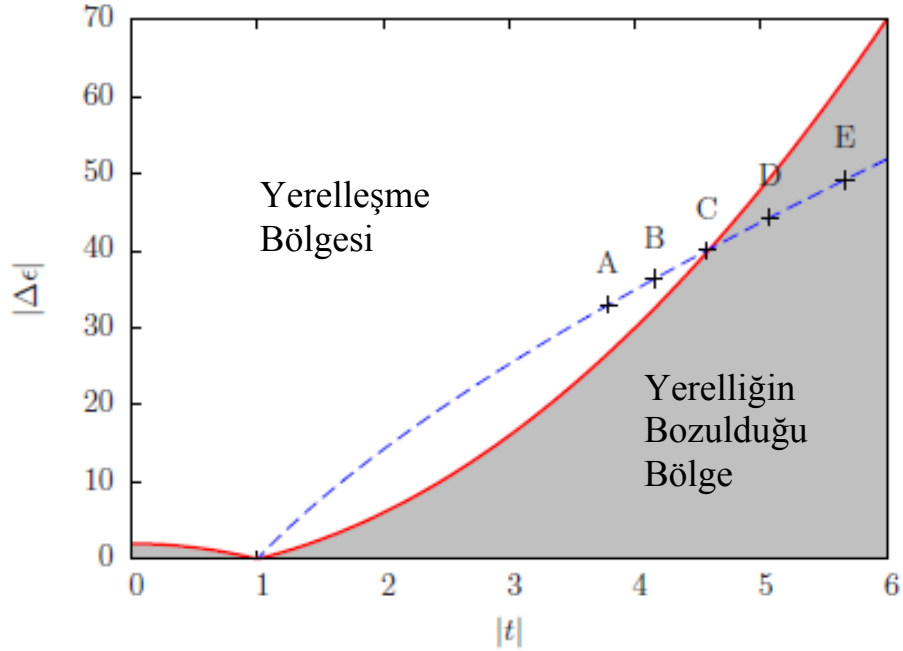
şeklinde. Bilindiği gibi etkin Hamilton fonksiyonu ile  $B_d$  bozonlarının potansiyel kuyularına farklı dağılımları sonucunda  $B_f$  bozonlarının durum yoğunluğu ve yerelleşme özellikleri ölçülür. Sıkı bağlılık yaklaşıklığı atomlar arasındaki etkileşmelerin zayıf olduğu durumlarda ele alınabilir.

Yerelliğin bozulması (delokalizasyon),  $\varepsilon_a$  site enerjili ve  $t_{aa}$  hoplama enerjili mükemmel bir örgü içerisinde yerleştirilen tek bir dual dimerin rezonans enerjisine yakın enerji değerinde meydana gelir. Rezonans enerjisi Green fonksiyonu metodu kullanılarak elde edilir:  $H$  Hamiltonyeni için  $E$  enerjili dalga fonksiyonu  $|\varphi\rangle = |k\rangle + G^0 T |k\rangle$  ile verilir. Burada  $|k\rangle$ , tedirginmemiş periyodik

$H_0 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon_a |n\rangle \langle n| + t_{aa} (|n\rangle \langle n+1| + c.c.)$  Hamiltonyeninin dalga fonksiyonudur,  $G^0$  tedirginmemiş Green fonksiyonudur  $G^0(E) = (E - H_0)^{-1}$  ve  $T$  matrisi  $T(E) = H_1 (1 - G^0 H_1)^{-1}$  şeklindedir.  $T$  matrisinde bulunan  $H_1$  Hamiltonyeni  $H_1 = H - H_0 = (\varepsilon_b - \varepsilon_a) |0\rangle \langle 0| + (t_{ab} - t_{aa}) (|-1\rangle \langle 0| + |0\rangle \langle 1| + c.c.)$  olarak tanımlanır.  $E$  kompleks enerjisi, pozitif imajiner kısmın sonsuz küçük olduğu limitlerde ele alınır. Renormalizasyon yöntemi kullanılarak  $T$  saçılma matrisi  $\{|-1\rangle, |1\rangle\}$  durumunda  $T = \tilde{H}_1 (1 - G^0 \tilde{H}_1)^{-1}$  olarak yazılabilir.  $\tilde{H}_1$  renormalize Hamiltonyendir ve  $\tilde{H}_1 = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  olarak bulunur. Burada  $\alpha = t_{ab}^2 / (E - \varepsilon_b) - t_{aa}^2 / (E - \varepsilon_a)$  dir. Böylece saçılma matrisi  $\{|-1\rangle, |1\rangle\}$  durumunda  $\alpha = 0$  olursa sıfır olacaktır. Bu durum rezonans enerjisinde meydana gelir ve rezonans enerjisi

$$E_{res} = \frac{\varepsilon_a t_{ab}^2 - \varepsilon_b t_{aa}^2}{t_{ab}^2 - t_{aa}^2} \quad (4.10)$$

olarak bulunur. Eğer  $E_{res}$  en düşük enerji bandının  $E(k) = \varepsilon_a + 2t_{aa} \cos(kd)$  içinde ise öz durumlar yerelleşmemiştir yani  $|\Delta\varepsilon| < 2|t^2 - 1|$  ise. Burada  $\Delta\varepsilon = (\varepsilon_b - \varepsilon_a)/t_{aa}$  ve  $t = t_{ab}/t_{aa}$ . Bu sonuçlar Dunlap ve arkadaşları tarafından bulunan sonuçlarla benzerdir (Dunlap vd., 1990). Şekil 4.2 de DRDM için faz diyagramı gösterilmiştir. Merkezdeki yuvarlak kısım, yabancı atomun varlığının  $B_f$  bozonunun hoplaması için bir dezavantaj olduğunu göstermektedir. Bu bölgede sadece bant merkezine yakın  $\varepsilon_b$  enerjileri için hoplamalar meydana gelmektedir. Faz diyagramının sol tarafında yabancı atomun varlığından dolayı hoplama olasılığında bir artış göze çarpmaktadır. Bu bölgede  $\varepsilon_b$  enerjisi gap içinde bulunabilir, böylelikle düzensizlik şiddeti çok büyük olabilir, fakat unutmamamız gerek ki yerelliğin bozulması sadece  $E_{res}$  rezonans enerjisi tarafından belirlenir. Eğer ki  $E_{res}$  spektrumun bir enerji değeri değilse, oldukça uzun optik örgüler için tüm durumlar yerelleşmiştir.



Şekil 4.2. DRDM için faz diyagramı grafiği. Kırmızı çizgi DRDM için faz diyagramını, mavi noktalı çizgi ise iki farklı atom arasındaki saçılma uzunluğu olan  $a'$  'nün değişik değerleri için  $(t, \Delta\varepsilon)$  değerlerini göstermektedir.

Şekil 4.2.'ye göre  $B_f B_d$  karşımı için yerleşmenin olduğu ve olmadığı iki bölge arasındaki geçiş C noktasında yani  $a' = -270a_0$  da meydana gelmektedir. Grafikteki diğer noktalar, sırasıyla  $a' = -250a_0$  (A),  $a' = -260a_0$  (B),  $a' = -280a_0$  (D),  $a' = -290a_0$  (E) dir. Burada  $a_0$  Bohr yarıçapıdır. Grafikteki (1,0) noktası  $a' = 0$  değerine karşılık gelmektedir.  $a' = 0$  değerinde  $B_f$  bozonu yabancı atom ile etkileşmez, böylece ne hoplama ne de site enerjileri yabancı atomun varlığından etkilenmez ve örgü tamamen düzenli olur.

#### 4.2. Bir Boyutlu Sıkı Bağlanma Modelinde Green Fonksiyonu Yaklaşıklığı

Bu bölümde, bir boyutlu sonlu uzunluktaki örgünün bir etkin örgüye nasıl dönüştürüldüğü açıklanacaktır. Etkin örgünün Green fonksiyonunun hesaplanması için renormalizasyon-indirgeme yöntemi kullanılacaktır. Durum yoğunluğu DOS' u elde etmek için Green fonksiyonunun matris elemanını kullanan Kirkman-Pendry (Kirkman vd., 1984) ilişkisi kullanılacaktır.

Bir boyutta,  $n_s$  tane potansiyel kuyusundan oluşmuş bir dizilim ele alalım. Bu potansiyel kuyuları atomlar veya elektronlar tarafından işgal edilmiş olsun. Sıkı bağlanma modeli çerçevesinde Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu ;

$$H_{Bf} = \sum_{i=1}^{n_s} [e_i |i\rangle\langle i| + (t_{i,i+1} |i\rangle\langle i+1| + t_{i+1,i} |i+1\rangle\langle i|)] \quad (4.11)$$

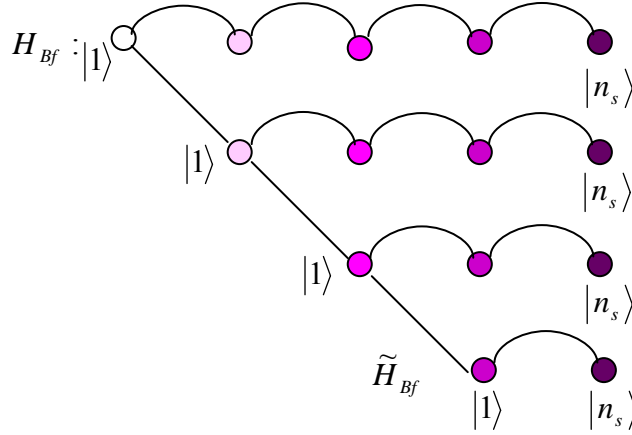
olarak verilmektedir. Burada  $e_i$  site enerjisi  $i$ . kuyu içindeki en düşük enerji seviyesini,  $t_{i,i+1} = t_{i+1,i}$  ise  $i$ . ve  $(i+1)$ . siteler arasındaki hoplama enerjisini ifade etmektedir. E enerjisine bağlı olarak Green fonksiyonu ;

$$G(E) = \frac{1}{E - H_{Bf}} \quad (4.12)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada enerji, çok küçük pozitif imajiner kısma sahip olan kompleks bir değişkendir. Kirkman-Pendry ilişkisi kullanılarak durum yoğunluğu DOS ,

$$D(E) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \frac{\partial}{\partial E} \ln G_{1,n_s}(E) \quad (4.13)$$

olarak hesaplanır. Burada  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanı, örgünün birinci sitesi ile sonuncu sitesi arasındaki uyumu ifade etmektedir.  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanı  $H_{Bf}$  integralinin renormalizasyon indirgeme yöntemiyle tek bir etkin dimere indirgenmesiyle elde edilir. Bu etkin dimer, örgünün sadece ilk ve son kuyularının renormalize site enerjilerini ve hoplama enerjilerini içerir. Şekil 4.3' te  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanının elde edilmesi için kullanılan renormalizasyon-indirgeme yöntemi şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.3. Renormalizasyon-indirgeme yönteminin şematik sunumu. En üstteki zincir  $H_{Bf}$  Hamiltonyeninin şematik sunumunu, en alttaki zincir ise tek bir dimerden oluşan etkin  $\tilde{H}_{Bf}$  Hamiltonyeninin şematik sunumunu göstermektedir.



Etkin dimerin Hamilton ifadesi E enerjisine bağılı olarak 2\*2 lik bir matris biçiminde;

$$\tilde{H}_{Bf}(E) = \begin{pmatrix} \tilde{\varepsilon}_1^{n_s-2}(E) & \tilde{t}_{1,n_s}(E) \\ \tilde{t}_{n_s,1}(E) & \tilde{\varepsilon}_{n_s}^{n_s-2}(E) \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

şeklinde ifade edilir. Burada etkin site ve hoplama enerjileri renormalization metodunun tekrarlama bağıntılarıyla belirlenir (Bakhtiari vd. 2006);

$$\tilde{\varepsilon}_1^{(j)}(E) = \tilde{\varepsilon}_1^{(j-1)}(E) + \tilde{t}_{1,j+1}(E) \frac{1}{E - \tilde{\varepsilon}_{j+1}^{(j-1)}(E)} t_{j+1,j+2} \quad (4.15)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{j+2}^{(j)}(E) = e_{j+2} + t_{j+2,j+1} \frac{1}{E - \tilde{\varepsilon}_{j+1}^{(j-1)}(E)} \tilde{t}_{j+1,1}(E) \quad (4.16)$$

$$\tilde{t}_{1,j+2}(E) = \tilde{t}_{1,j+1}(E) \frac{1}{E - \tilde{\varepsilon}_{j+1}^{(j-1)}(E)} t_{j+1,j+2} \quad (4.17)$$

$j \geq 1$  için  $\tilde{t}_{j+1,1} = \tilde{t}_{1,j+1}$  dir. Başlangıç değerleri orijinal Hamiltonyen tarafından  $\tilde{\varepsilon}_i^{(0)}(E) = e_i$  ve  $\tilde{t}_{1,2}(E) = t_{1,2}$  olarak verilir. Denklem (4.17) 'de ki dönüşüm farklı siteler arasındaki etkileşmeyi ifade eder ayrıca sistemin geçirgenliği ve öz durumların yerleşmesi üzerine gerekli bilgiye ulaşmamızı sağlar. Sonuç olarak  $G_{1,n_s}(E)$  ifadesi  $(E - \tilde{H}_{Bf}(E))^{-1}$  formülünden direk elde edilir

$$G_{1,n_s}(E) = \frac{\tilde{t}_{n_s,1}(E)}{\left[ E - \tilde{\varepsilon}_1^{(n_s-2)}(E) \right] \left[ E - \tilde{\varepsilon}_{n_s}^{(n_s-2)}(E) \right] - \left[ \tilde{t}_{1,n_s}(E) \right]^2} \quad (4.18)$$

Bu ifade Denklem (4.13) de yerine yazılarak durum yoğunluğu elde edilir.

Lyapunov katsayısı  $\gamma(E)$  hesaplanarak  $B_f$  bozonlarının geçişlerinin spektrum özellikleri incelenebilir. Lyapunov katsayısı yerelleşme uzunluğu  $L_{loc}(E)$ 'nin tersi olarak tanımlanır. Etkin hoplama amplitüdüne bağlı olarak;

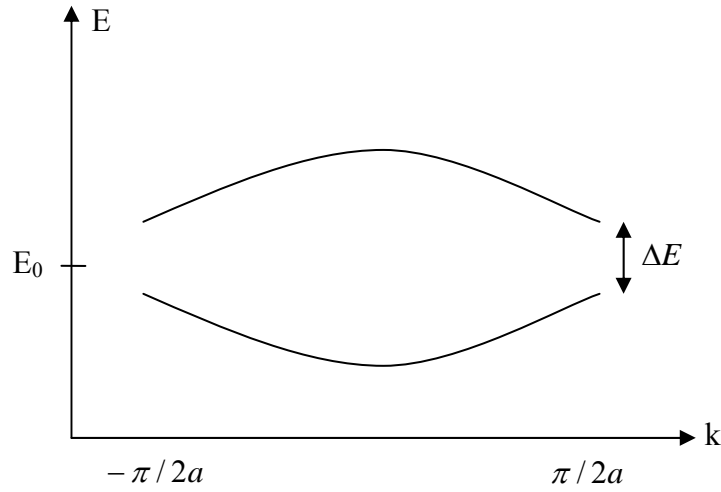
$$\gamma(E) = [L_{loc}(E)]^{-1} = \lim_{n_s \rightarrow \infty} \frac{1}{n_s d} \ln \left| \frac{G_{n_s, n_s}(E)}{G_{1, n_s}(E)} \right| = - \lim_{n_s \rightarrow \infty} \frac{1}{n_s d} \ln |\tilde{t}_{1, n_s}(E)| \quad (4.19)$$

ifade edilir. Burada  $G(E) = (E - H_{B_f})^{-1}$ ,  $H_{B_f}$  Hamiltonyeninin Green fonksiyonudur ve  $G_{i,j}(E) = \langle i | G(E) | j \rangle$  dir. Yerelleşme uzunluğu, sistemdeki diğer tüm uzunluklardan (sistemin boyu gibi) daha büyük ise bozonların geçişi sağlanabilir. Eğer ki yerelleşme uzunluğu sistemdeki diğer uzunluklardan daha küçük ise bozonların geçişine izin verilmez.

### 4.3 Durum Yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov Katsayısı İçin Sayısal Sonuçlar

$B_d$  bozonlarının (yabancı atomun) sistemde bulunup, bulunmamlarına bağlı olarak  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  iki site enerjisi vardır.  $\varepsilon_a$  site enerjisi örgü potansiyel kuyusu içinde sadece  $B_f$  bozonlarının bulunduğu durumdaki enerjiye,  $\varepsilon_b$  site enerjisi ise örgü potansiyel kuyusu içinde hem  $B_f$  hem  $B_d$  bozonlarının bulunduğu durumdaki enerjiye karşılık gelir. Potansiyel kuyusu içinde  $B_d$  bozonunun bulunması bozon( $B_f$ )-bozon( $B_d$ ) etkileşmeleri nedeniyle  $B_f$  bozonlarının, en yakın iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki hoplama olasılıklarını azaltır. Buna bağlı olarak da  $B_f$  bozonlarının bir potansiyel kuyusundan en yakın komşusu olan diğer bir potansiyel kuyusuna olan geçiş olasılıkları düşer.

İki farklı enerji değerinden dolayı enerji spektrumunda iki alt banda yarıma görülür.  $k$ - uzayındaki sistemde iki alt enerji bandı arasında  $\Delta E = |\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  kadar bir fark bulunur (Şekil 4.4). Yoğunlaşmanın  $k$ - uzayında, bu iki alt bant arasındaki boşluktan geçebilmesi veya tünellenmesi, yoğunlaşmanın temel seviyedeki birinci alt bandın köşesine vardığı zaman sahip olduğu enerjiye ve  $\Delta E$  enerji bant aralığının genişliğine bağlıdır.  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  enerji bandı arasındaki  $\Delta E$  kadar olan enerji bat genişliği fazla olduğu zaman  $B_f$  bozonlarının uyarılmış seviye olan ikinci alt banda geçişleri zorlaşır veya geçemezler.



Şekil 4.4. İki periyotlu zincir için şematik bant yapısı. Burada

$$E_0 = (\varepsilon_a + \varepsilon_b) / 2 \text{ dir.}$$

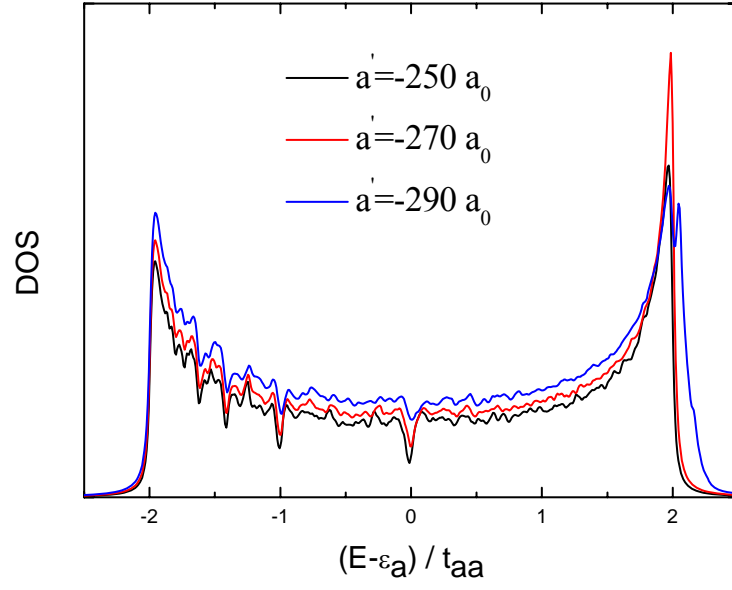
Sayısal hesaplamalar yapılırken, lazerin dalga boyu büyüklüğü,  $\lambda = 2d = 785 \text{ nm}$  seçilerek iki örgü potansiyel kuyusunun derinliği arasındaki oran  $U_{Bd}^0 / U_{Bf}^0 = 2,5$  olarak alındı.  $^{87}\text{Rb}$  atomunun  $n_s=200$  tane sitenin %10' unu işgal ettiği düşünülerek  $^{87}\text{Rb}$  atomunun sayısı  $N_{Bd} \leq 20$  olarak alındı. Ayrıca  $N_{Bf} = 2200$  tane  $^{41}\text{K}$  atomunun 200 tane siteye homojen dağıtıldığı düşünüldü.

Şekil 4.5. ile  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjilerinin örgüye rasgele olarak dağıtılmasıyla oluşturulan Random Model (RM) için durum yoğunluğu ve Lyapunov katsayısının davranışı gösterilmiştir. Şekil 4.6 da Random Dimer Model (RDM) ve Şekil 4.7 de Dual Random Dimer Model (DRDM) için durum yoğunluğu ve Lyapunov katsayısının davranışı gösterilmiştir. Durum yoğunluğu ve Lyapunov katsayısı grafiklerinin üzerinde pseudo-gapların oluştuğu ve spektrumunda parçalanmalar meydana geldiği görülmektedir. Spektrumda görülen bu küçük pikler periyodik olmayan (düzensiz) sistemlerin tipik bir sonucudur. Saçılma uzunluğu değerleri Şekil 4.2. ile uyumlu olarak,  $a' = -250a_0$  A noktasına,  $a' = -270a_0$  C noktasına ve  $a' = -290a_0$  E noktasına karşılık gelmektedir (Burada  $a_0$  Bohr yarıçapıdır). Rezonans enerjisinin konumu minimum yerleşme değerine (minimum yerleşme değeri Denklem (4.19)' un  $n_s$ 'nin sonlu bir değeri için hesaplanmasından elde edilir.) karşılık gelmektedir. Saçılma uzunluğu  $a'$ 'nün değerinin artırılması ile  $E_{res}$  rezonans enerjisi bantlar arasında konum değiştirir. Saçılma uzunluğunun değeri arttıkça  $^{41}\text{K}$  atomunun yabancı atomla etkileşme oranı azalacağından,  $^{41}\text{K}$  atomunun hoplama olasılığı artacaktır. Bu durumda optik örgü sisteminde yerelliğin bozulma (delokalizasyon) etkilerinin baskın gelmesi beklenir.

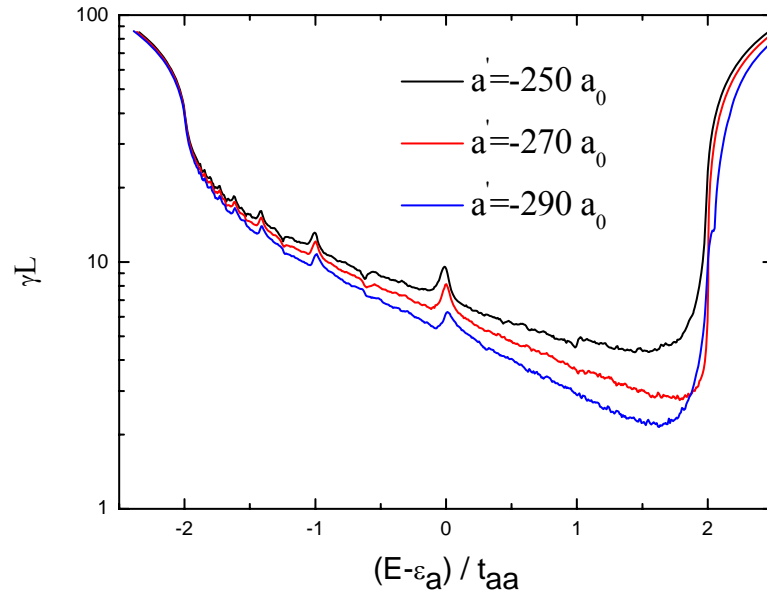
Şekil 4.6.b. ve 4.7.b. de Random Dimer ve Dual Random Dimer Modelleri için yerleşmenin olduğu bölgeden olmadığı bölgeye doğru bir geçiş gözlenir. Dimerlerin örgü sitelerine rasgele dağıtılması ile oluşturulan sistemlerde genel olarak düzensizlik vardır fakat dimer gruplarından dolayı bir iç düzen oluşmaktadır ve bu durum geçiş özelliklerindeki artışı açıklamaktadır. Şekil 4.2 bize C ve E noktaları için yerleşme uzunluğunun sistemin boyundan daha büyük olduğunu göstermektedir. Bu noktalarda baskın gelen yerelliğin bozulma etkileri RDM ve DRDM için görülmektedir. Şekil 4.5.b. den görüldüğü gibi atomlar, Random Modelin sahip olduğu güçlü düzensizlikten dolayı tüm saçılma uzunlukları için örgü sitelerinde yerleşik durumdadırlar.

Lyapunov katsayısı  $\gamma$ ,  $B_f$  bozonunun enerjisinin bir fonksiyonu olarak  $1/L$  birimindedir. Burada  $L=n_s.d$ , örgünün toplam uzunluğudur. Durum yoğunluğu hesaplanırken site sayısı  $n_s=200$ , Lyapunov katsayı hesaplanırken  $n_s=1000$  olarak alınmıştır.

a)

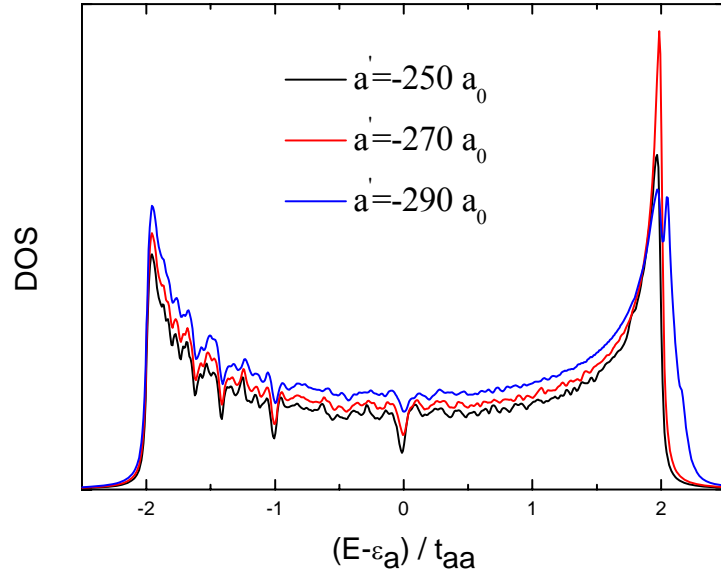


b)

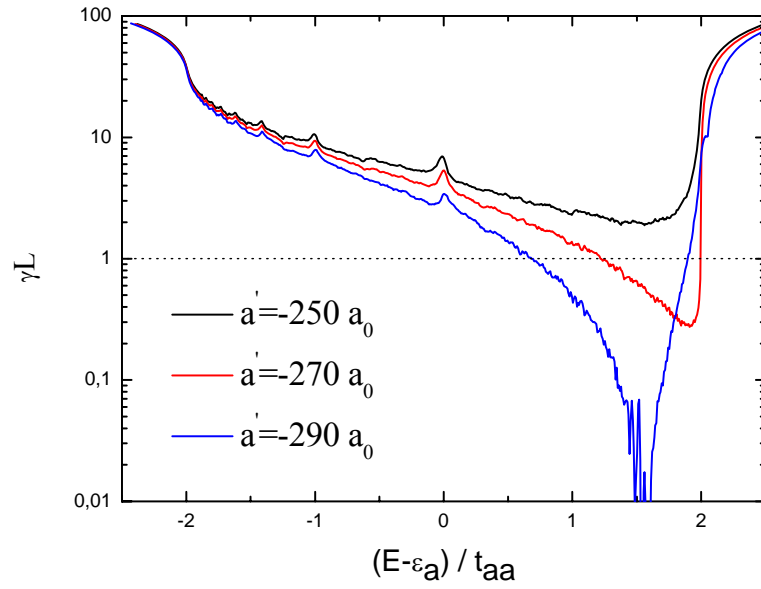


Şekil 4.5. Random Model (RM) için a) DOS ve b) Lyapunov katsayısının grafik sunumu

a)

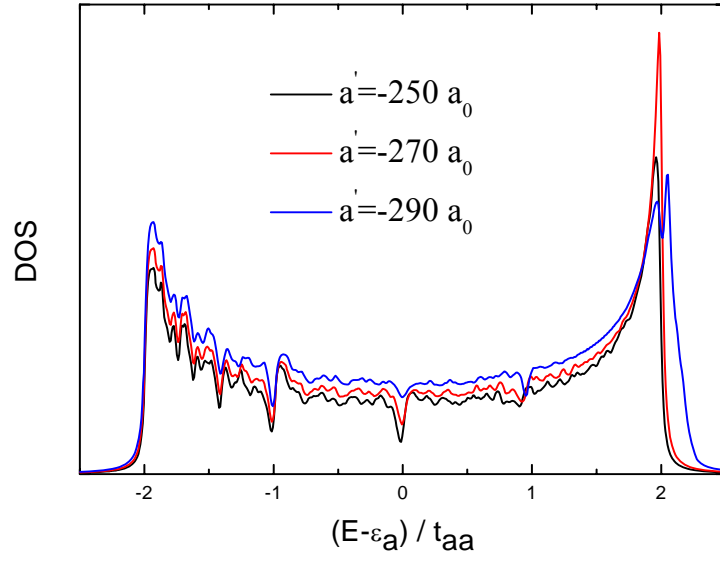


b)

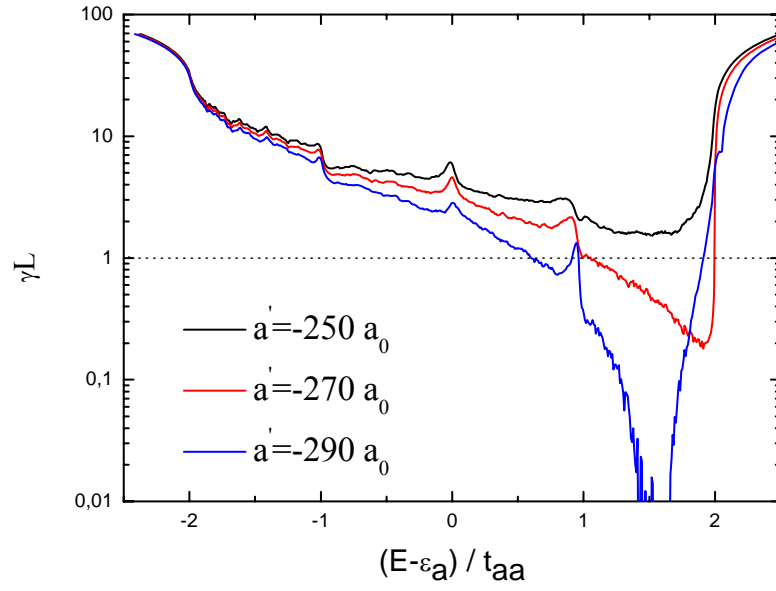


Şekil 4.6. Random Dimer Model (RDM) için a) DOS ve b) Lyapunov katsayısının grafik sunumu

a)



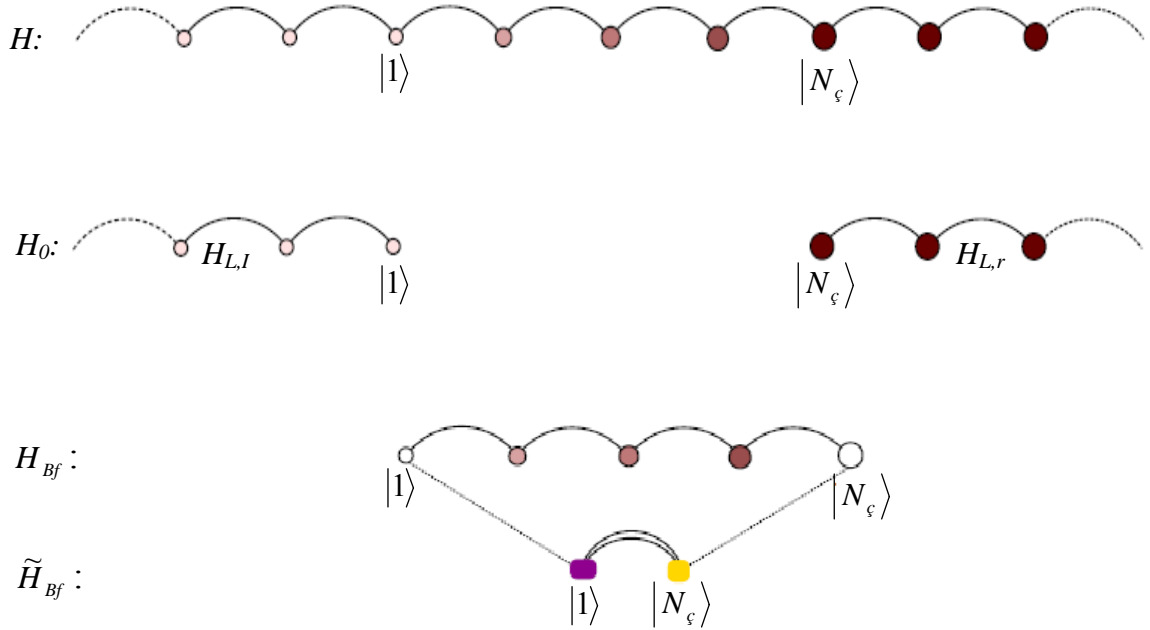
b)



Şekil 4.7. Dual Random Dimer Model (DRDM) için a) DOS ve b) Lyapunov katsayısının grafik sunumu

#### 4.4 Geçirgenlik

Bu kısımda  $B_f$  bozonlarının geçirgenliği hesaplanacaktır. Geçiş özelliklerinin belirlenmesi için ilk olarak sistem geliş (I) ve çıkış (r) levhalarına bağlanır. Bu iki levha birbirine bağlanarak parçacık akımının giriş ve çıkışları sürekli hale getirilir (Şekil 4.8). Geliş levhasının içeriğinde vakum ortamından sisteme gelen parçacıklar, çıkış levhasında ise sistemden ayrılacak olan parçacıklar incelenerek hesaplama yapılır. Bu şekilde elimizdeki sistem hakkında bilgi ediniriz. Gerçek bir deneyde, geliş levhası örgüdeki yoğunlaşmanın sürekli olarak  $B_f$  bozonları ile doldurulmasına ve çıkış levhası da örgüyü terk eden  $B_f$  bozonlarının sayımını alan parçacık saptama sistemine karşılık gelir.



Şekil 4.8. Levhaların Hamilton fonksiyonu ifadesi ( $H_0$ ). Örgünün Hamilton fonksiyonu ifadesi ( $H_{B_f}$ ) ve etkin Hamilton fonksiyonu ifadesi ( $\tilde{H}_{B_f}$ ) ile oluşturulan sistemin ( $H=H_0+H_{B_f}$ ) Hamilton fonksiyonunun şematik sunumu.



Sistemin toplam Hamiltonyeni

$$H = \tilde{H}_{Bf} + H_{L,l} + H_{L,r} \quad (4.20)$$

şeklinde yazılır. Burada  $\tilde{H}_{Bf}$  etkin Hamilton fonksiyonu,  $H_{L,l}$  ve  $H_{L,r}$  ise sırası ile geliş ve çıkış levhalarının Hamilton fonksiyonu ifadesidir. Geliş ve çıkış levhalarının toplam Hamilton fonksiyonu ifadesi,

$$H_0 = H_{L,l} + H_{L,r} + \tilde{E}_0 (|1\rangle\langle 1| + |n_s\rangle\langle n_s|) + \tilde{t}_0 (|1\rangle\langle n_s| + |n_s\rangle\langle 1|) \quad (4.21)$$

şeklindedir.  $H_0$  Hamiltonyeni, site enerjisi  $\tilde{E}_0$  ve hoplama enerjisi  $\tilde{t}_0$  olan,  $d$  uzunluğunda sonsuz mükemmel bir zincir tanımlar.  $H$  Hamiltonyeni, etkin Hamilton fonksiyonu ile örgünün Hamilton fonksiyonunun toplamı olarak ( $H=H_0+H_I$ ) yazılır ise  $H_I$  Hamiltonyeni

$$H_I = \tilde{H}_{Bf} - \left\{ \tilde{E}_0 (|1\rangle\langle 1| + |n_s\rangle\langle n_s|) + \tilde{t}_0 (|1\rangle\langle n_s| + |n_s\rangle\langle 1|) \right\} \quad (4.22)$$

elde edilir. Bu Hamiltonyendeki  $\tilde{E}_0$  ve  $\tilde{t}_0$  ifadeleri Denklem 4.15 ve 4.17 den,  $E_0 = \varepsilon_a$  ve  $t_{i,i+1} = t_{aa}$  alınarak hesaplanabilir.

$H$  Hamiltonyeninin dalga fonksiyonu;

$$|\varphi\rangle = |k\rangle + G^0 T |k\rangle \quad (4.23)$$

şeklindedir. Burada  $|k\rangle$ , pertürbe olmamış periyodik  $H_0$  Hamiltonyeninin dalga fonksiyonudur. Bağlıntıdaki Green fonksiyonunun ve saçılma matrisinin açık ifadeleri sırasıyla,  $G^0(E) = (E - H_0)^{-1}$  ve  $T(E) = H_I (1 - G^0 H_I)^{-1}$  olarak verilmektedir.  $n$  siteyi gösteren indis olmak üzere; iletilen dalga fonksiyonu hesabı

$$\langle n|\varphi\rangle = \langle n|k\rangle + \sum_{l,j=1.N} G_{n,l}^0 T_{l,j} \langle j|k\rangle \quad (4.24)$$

ile verilir. Burada  $G_{n,l}^0 = \langle n|G^0|l\rangle$ ,  $T_{l,j} = \langle l|T|j\rangle$  ve  $\langle j|k\rangle = e^{ikjd}$  olduğu göz önünde bulundurulursa,

$$\langle n|\varphi\rangle = e^{iknd} + (G_{n_s,1}^0 T_{1,n_s} + G_{1,n_s}^0 T_{n_s,1} e^{-2ik(n_s-1)d} + G_{n_s,n_s}^0 T_{n_s,n_s} + G_{1,1}^0 T_{1,1}) e^{iknd} \quad (4.25)$$

bu denklem  $\tau$  geçirgenlik ve  $\rho$  yansımaya değerleri olmak üzere

$$\langle n|\varphi\rangle = \begin{cases} \tau e^{iknd} & (n > n_s) \\ e^{iknd} + \rho e^{-iknd} & (n < 1) \end{cases} \quad (4.26)$$

olarak yazılır. Sonuç olarak  $\tau$  geçirgenliği;

$$\tau = 1 + G_{n_s,1}^0 T_{1,n_s} + G_{1,n_s}^0 T_{n_s,1} e^{-2ik(n_s-1)d} + G_{n_s,n_s}^0 T_{n_s,n_s} + G_{1,1}^0 T_{1,1} \quad (4.27)$$

olarak elde edilir. Geçiş katsayısı ise  $\mathcal{T}(E) = |\tau|^2$  den elde edilir.

#### 4.5. Geçiş Katsayısı Üzerine Alınan Sayısal Sonuçlar

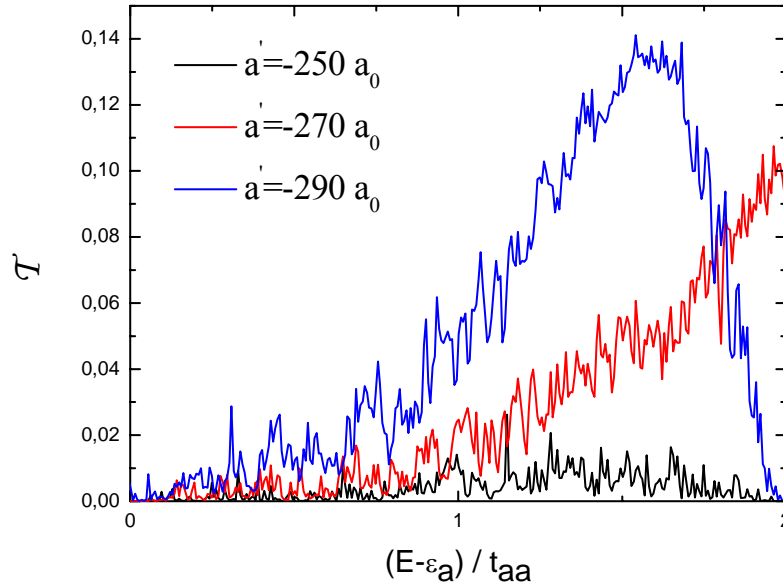
Şekil 4.9 da 1D optik örgüde  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjilerinin örgüye rasgele olarak dağıtılmasıyla oluşturulan Random Modelde (RM) farklı saçılma uzunlukları için enerjinin bir fonksiyonu olarak geçiş katsayısının grafik sunumu gösterilmiştir. Random

Modelin sahip olduğu güçlü düzensizlikten dolayı ,  $a'$  saçılma uzunluğunun değerleri  $-250a_0$  'dan  $-290a_0$  'a doğru değiştirildiğinde geçiş katsayısında küçük bir artış görülmektedir.

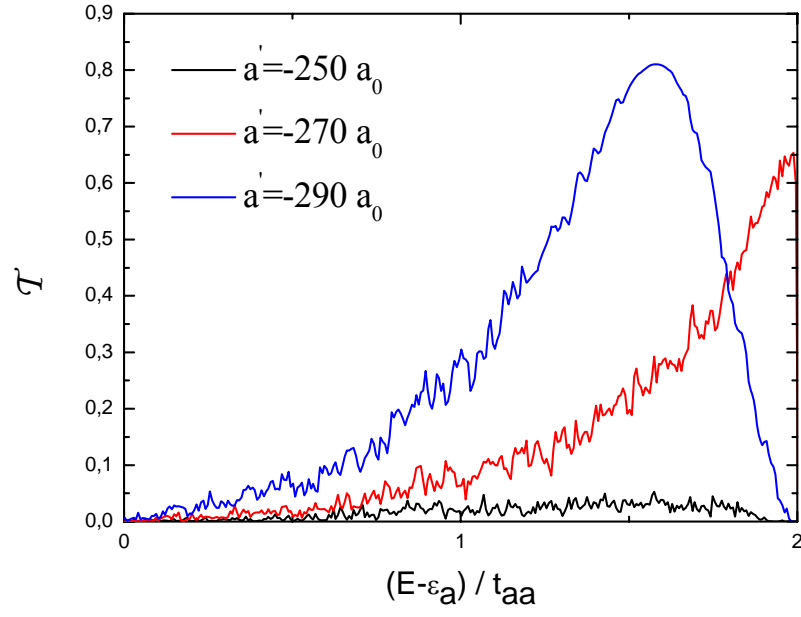
Benzer şekilde Şekil 4.10 da Random Dimer Modelde (RDM) ve Şekil 4.11 de Dual Random Dimer Modelde (DRDM) farklı saçılma uzunlukları için enerjinin bir fonksiyonu olarak geçiş katsayısının grafik sunumu gösterilmiştir. RDM ve DRDM 'nin sahip oldukları iç düzenden (dimer gruplarından) dolayı,  $a'$  saçılma uzunluğunun değerleri  $-250a_0$  'dan  $-290a_0$  'a doğru değiştirildiğinde geçiş katsayısında belirgin bir artış görülmektedir.

RM, RDM ve DRDM için gösterilen geçiş katsayısı grafiklerinde  $a'$  saçılma uzunluğu değerleri  $-250a_0$  'dan  $-290a_0$  'a doğru değiştikçe geçiş katsayısı üzerinde bulunan piklerin bant merkezine doğru hareket ettiği görülmektedir. Bu durum Şekil 4.5.b, 4.6.b ve 4.7.b de gösterilen minimum Lyapunov katsayısının ( $\gamma$ ) konumunun bant merkezine doğru yaptığı hareketle uyumludur.

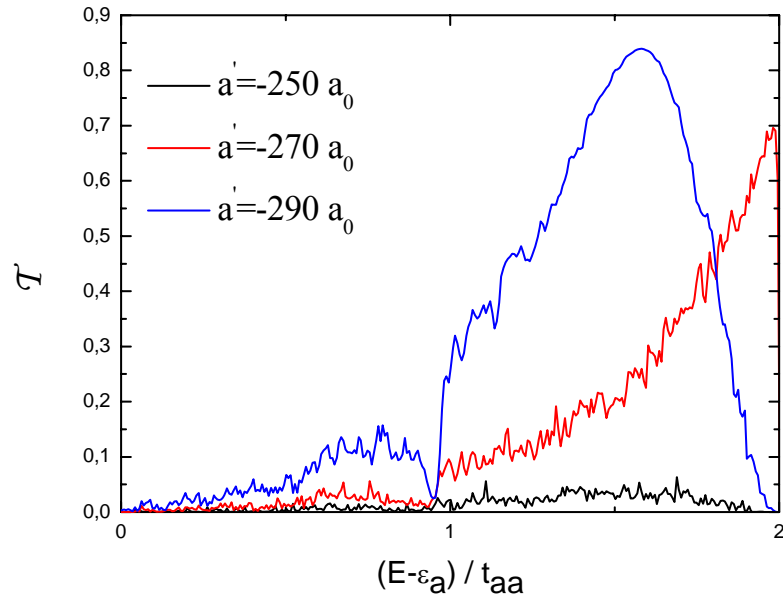
Geçiş katsayısı grafikleri için site sayısı  $n_s=200$  olarak alınmıştır.



Şekil 4.9 Random Model (RM) için geçiş katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.10 Random Dimer Model (RDM) için geçiş katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.11 Dual Random Dimer Model (DRDM) için geçiş katsayısının grafik sunumu.

## BÖLÜM 5

### BENEK POTANSİYELİN DÜZENSİZLİĞİNE SAHİP OPTİK ÖRGÜDE DURUM YOĞUNLUĞU VE ANDERSON YERELLEŞMESİ

Anderson yerelleşmesine göre düzensizliği veren potansiyelin uygun şekilde ayarlanmasıyla parçacıklar ( ya da dalgalar) bir çok saçılma yaparlar. Bu saçılan parçacıklar (dalgalar) yıkıcı girişim yaparak geçişleri engellenir (yerelleşme oluşur). Anderson modeli, düzensiz örgüler içinde elektron difüzyonunun olmadığını öne süren ilk modeldir (Anderson, 1958), bu modelden sonra amorf katılar içinde ışığın difüzyonunun olmadığı da açıklanmıştır (Anderson, 1985). İlk durumda elektronun enerji değeri, örgü potansiyelinin maksimum değerinden daha küçüktür ve parçacıklar tünellenme yoluyla yayılırlar. İkinci durumda ise parçacığın (fotonun) enerjisi potansiyelin enerjisinden daha büyüktür ve parçacık serbest durumdadır. Her iki durumda da, düzensizliğin yokluğunda, öz durumlar yerelleşmemiştir (ilk durum için Block dalgaları, ikinci durum için düzlem dalgaları). Bir  $\delta$  (Dirac delta) bağlantısına sahip düzensiz potansiyelin varlığında ise  $L_{loc}$  yerelleşme uzunluğuna bağlı olarak dalga yayılması durur.  $L_{loc}$  yerelleşme uzunluğu daima (bir boyutta, iki boyutta ve üç boyutta) düzensizliğin şiddetine, aynı zamanda üç boyutta dalganın enerjisine bağlıdır.

Son yıllarda Anderson yerelleşmesinin, ultra soğuk atom topluluklarında deneysel olarak gerçekleştirilmesi için yoğun çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmalar sonucunda Anderson yerelleşmesi, sıkı bağlanma çerçevesinde bir boyutta (Moore F. L. vd 1995) ve momentum uzayında üç boyutta (Chabe J. vd 2008) ayrıca kuazi-periyodik potansiyeller kullanılarak gerçek uzayda gözlemlendi. Serbest parçacık rejimi içinde ultra soğuk atomların Anderson yerelleşmesinin deneysel çalışmaları için kullanılan en temel madde benek potansiyeldir. Benek potansiyel kullanılarak elde edilen Anderson yerelleşmesi, bir boyutta J. Billy ve arkadaşları tarafından 2008 yılında, iki boyutta M.

Robert–de Saint-Vincent ve arkadaşları tarafından 2010 yılında ve üç boyutta S.S. Kondov ve arkadaşları tarafından 2011 yılında gözlemlendi. Ayrıca son zamanlarda Semmler ve çalışma arkadaşları tarafından iki boyutlu ve üç boyutlu optik örgü içinde ve benek potansiyelin varlığında korale olmuş fermiyonların faz diyagramları çalışıldı. Elde edilen durum yoğunluğunun (DOS) analizinden, benek potansiyel şiddetinin ve etkileşme şiddetinin fonksiyonu olarak bir Anderson-Mott ve Mott lokalize faz tanımladılar.

Tezimizin bu bölümünde, bir boyutlu örgü potansiyeline bir benek potansiyel süperpozisyon olarak eklendi ve etkileşmelerin olmadığı bir Bose-Einstein Yoğunlaşması elde edildi. Bu yoğunlaşma içinde etkileşmeyen bir dalganın Anderson yerelleşmesinin gözlenme olasılığı analiz edildi. Benek potansiyeli içinde etkileşmeyen dalga yayılmalarının durum yoğunluğu ve yerelleşme özellikleri incelendi. Bağlantı fonksiyonunun genişliği  $w$  'nın azaltılarak ve düzensizlik şiddeti  $s/|t|$  'nin arttırılarak benek potansiyelin, yerelleşmenin artışı üzerindeki etkilerinin nasıl olduğu araştırıldı. Elde edilen sonuçlardan, bağlantı fonksiyonunun genişliği azaltıldığında düzensizliğin bir  $\delta$  korelasyonlu düzensizliğe yaklaştığı ve yerelleşme etkisinin, güçlü düzensizlik limitlerinde enerjiden bağımsız olduğu gözlemlendi.

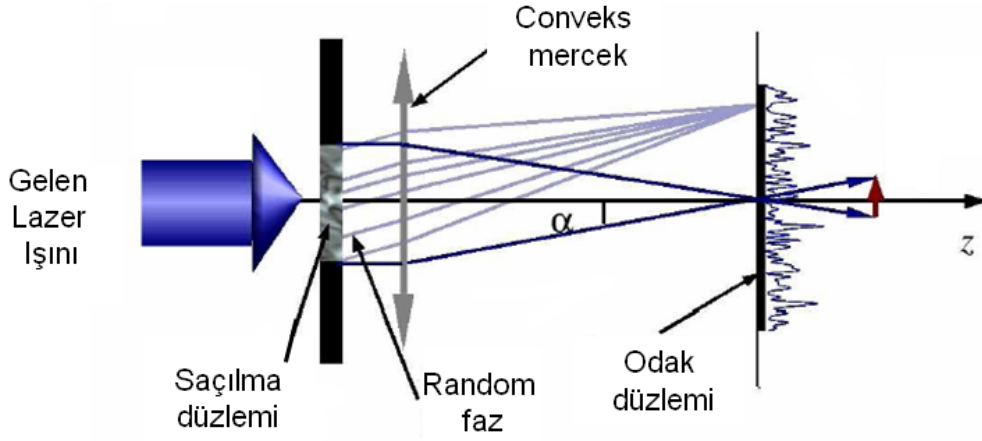
Bir önceki bölümde olduğu gibi sistemi teorik açıdan çözümlenmek amacı ile, bir boyutta sıkı bağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunu kullanıldı. Yerelleşme uzunluğunu hesaplamak için Hamilton fonksiyonunda bulunan site enerjileri  $\sin^2(x)$  fonksiyonu ile bağlantılı olarak değer alan düzensiz değişkenler olarak ele alındı. Daha önce katı hal sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kurulmuş olan renormalizasyon indirgeme yöntemine (renormalization/decimation procedure) bağlı olarak, tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgendi (Farchioni vd. 1992). Sistemin durum yoğunluğu ve yerelleşme özelliklerini incelemek için Green fonksiyonu yaklaşıklığı kullanıldı.

Benek potansiyelin oto-bağlantı (oto-korelasyon) fonksiyonu bir  $\sin^2(x)$  fonksiyonu cinsinden verildi. Böylece bağlantı fonksiyonu uzun menzil bağlantılı (long-range correlated) düzensizliklerdeki gibi matematiksel olarak azalmaktadır. Oto-bağlantı fonksiyonu sonlu uzunluktaki bir bağlantı uzunluğu ile karakterize edilir. Biz

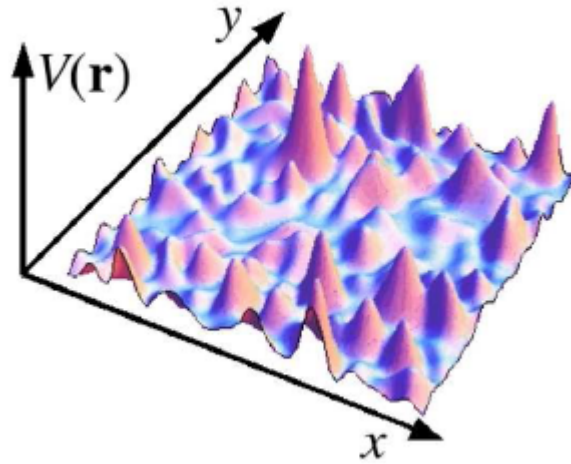
bu çalışmamızda bağlantı uzunluğunu  $w(\sin^2(x))$  fonksiyonunun merkezi genliğinin genişliği) ile göstereceğiz.

Belli bir bağlantıya sahip düzensizlikler, biyolojik, fiziksel, ekonomik, jeolojik ve düzensiz sistemler gibi bir çok alanda karşımıza çıkmaktadır. Böyle sistemleri karakterize etmek için genellikle nümerik metotlarla elde edilen bir bağlantı fonksiyonuna gerek duyulur. En çok kullanılan metotlardan bir tanesi Fourier Filtreleme Metodudur (FFM). Filtreleme modeli çalışılırken uzaysal düzensizlik genellikle bağlantısız (uncorrelated) olarak düşünülür, örneğin optik örgüler için herhangi bir sitenin işgal edilme olasılığı diğer sitelerin işgal edilmesinden bağımsızdır. Fakat gerçek sistemlerdeki düzensizliklerde bağlantısız durumlara nadiren rastlanır. Bu durumu çözmek için, uygun bir spektral fonksiyon ( $S_k$ ) kullanılarak değişkenler arasındaki bağlantılar elde edilebilir.

Soğuk atomik sistemlerdeki düzensizlikleri benek potansiyel ile oluşturmak her açıdan çok daha avantajlıdır: Benek potansiyel ile oluşturulan düzensizlik tamamen rasgele bir düzensizliğe sahiptir. Düzensizliği elde edebilmek için iki tür sistem kullanmaya gerek yoktur. Ayrıca benek potansiyelin parametreleri (yoğunluk, korelasyon fonksiyonu, amplitüd ve istatistiksel özellikler) istenilen boyutta (bir boyutta, iki boyutta ve üç boyutta) kolaylıkla kontrol altında tutulabilir. Benek potansiyelin deneysel gerçekleştirimi Şekil 5.1 de ve iki boyutlu benek potansiyel örneği Şekil 5.2 de gösterilmiştir.



Şekil 5.1 Benek potansiyelin optiksel konfigürasyonu: Benek potansiyel, gelen lazer ışınının saçılma düzleminde kırınımına uğramasıyla elde edilir. Saçılma düzleminde değişik yoğunluklara sahip olarak geçen lazer ışını ince kenarlı merceğe gelir ve burada odaklanır ve odak düzleminde benek örneği elde edilir.



Şekil 5.2 Benek potansiyelin iki boyutlu gösterimi.  $V(r)$ , düzensizlik potansiyeli.



## 5.1 Benek Potansiyelin Modellenmesi

Bir önceki bölümde, kısa-menzip bağlantılı düzensizliğe sahip optik örgülerde düzensizliğin elde edilmesi için, sisteme yabancı atom görevini gören  $^{87}\text{Rb}$  atomunun örgü sitelerine belli kurallar çerçevesinde dağıtılması gerektiğinden bahsetmiştik. Yabancı atomun örgü sitesi içinde bulunup bulunmaması, site enerjilerini ve hoplama enerjilerini değiştirmekteydi. Düzensiz potansiyeli, benek potansiyelin davranışını veren bir bağlantı fonksiyonu kullanarak elde ettiğimiz bu bölümde iki farklı atom türü kullanmaya gerek yoktur. Sıkı bağıllık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunda bulunan site enerjileri bir  $\sin^2(x)$  fonksiyonu ile bağlantılı olarak değer alan düzensiz değişkenler olarak ele alınır. Böylece benek potansiyelinin bağlantı fonksiyonu  $\sin^2(x)$  'in bir fonksiyonu olarak ifade edilmiş olur.

Teorik olarak ele aldığımız sistemimizde BEY içindeki optik örgüde, benek potansiyelin durum yoğunluğu ve yerleşme üzerindeki etkilerini araştırmak için bir boyutlu etkin sıkı bağıllık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılır.

$$H_s = \sum_{i=1}^{n_s} E_i |i\rangle\langle i| + \sum_{i=1}^{n_s-1} t(|i\rangle\langle i+1| + |i+1\rangle\langle i|) \quad (5.1)$$

burada  $n_s$  site sayısını ve  $E_i$ ,  $i$ . sitedeki site enerjisini ifade eder. Hoplama terimi  $t$ , site enerjisi değerinden bağımsız olarak  $t=-1$  seçilir. Benek potansiyelin, site enerjilerinin dağılımı üzerine etkisi  $C_l$  korelasyon fonksiyonu ile

$$C_l = \langle \delta E_i \delta E_{i+l} \rangle = s^2 \left( \frac{\sin(2\pi l / w)}{2\pi l / w} \right)^2 \quad (5.2)$$

şeklinde olmaktadır. Burada  $s = \sqrt{\langle (\delta E_i)^2 \rangle}$  düzensizliğin şiddetini,  $w$  bağlantı fonksiyonunun genişliğini ve  $\delta E_i = E_i - \langle E_i \rangle$  olup,  $\langle E_i \rangle$  beklenen değerine göre  $E_i$  site enerjisinin değişimini ifade etmektedir. Sistemde ele aldığımız optik örgünün periyodu  $\lambda/2 = d$  dir.

Düzensizlik spektrumu Anderson modelinde tek düze (uniform) bir fonksiyon olarak tanımlanmaktadır (Anderson, 1958). Fakat biz bu çalışmamızda düzensizlik spektrumunu bir triangular fonksiyon tarafından tanımlayacağız (Billy , 2008).

$$S_k(k) \propto s^2(\kappa - |k|)\theta(\kappa - |k|) \quad (5.3)$$

burada  $\kappa = 4\pi/w$  ve  $\theta(x)$  Heaviside birim adım fonksiyonudur.

## 5.2 Düzensiz Potansiyelin Sayısal Olarak Elde Edilmesi

Bir boyutlu optik örgüde Denklem (5.2) ile tanımlanan benek potansiyelin davranışını veren bağlantı fonksiyonlu bir düzensizlik elde edebilmek için Fourier Filtreleme Metodu (FFM) kullanılacaktır (Makse vd., 1995). Metot aşağıdaki sıra ile uygulanarak, optik örgünün site enerjileri üzerinde benek potansiyelin düzensizliği elde edilir.

- (i) ilk olarak  $\delta = \langle u_j u_{j+l} \rangle$  korelasyonlu bir düzensizliğe sahip olan  $N$  tane  $\{u_j\}$  sayı dizilimi ( $j=1, \dots, N$ ) üretilir.  $\{u_j\}$  sayılarının dağılım merkezi sıfırdır ve genişliği 1 dir (Gaussian dağılımı).
- (ii) üretilen  $\{u_j\}$  sayılarının Fourier dönüşüm katsayıları olan  $\{u_q\}$  lar hesaplanır.

(iii)  $\{u_q\}$  sayıları,  $q$  uzayında bir  $S_k(k)$  spektral fonksiyonu ile çarpılarak  $\{E_q\}$  lar elde edilir  $E_q = S_k(k)u_q$ . Bizim sistemimizde spektral fonksiyon olarak Denklem (5.3)' te verilen  $S_k(k)$  triangular fonksiyonu kullanılmıştır. Belirtmek gerekir ki  $S_k(k)$  triangular fonksiyonu,  $C_l$ ' nin Fourier dönüşümüdür ve burada filtre görevi görmektedir.

(iv) son olarak gerçek uzayda benek potansiyelin düzensizliğini veren bağlantı fonksiyonuna sahip  $\{E_j\}$  dizilimini elde etmek için  $\{E_q\}$ ' ların ters Fourier dönüşümü hesaplanır ve  $E_j$  değerleri

$$E_j = \frac{1}{N_k} \sum_{j_k=0}^{N_k} \sum_{q=1}^N \sqrt{S_k} e^{ik(q-j)} u_q \quad (5.4)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $N_k = 8N/w$  ve  $k = -\kappa + (\pi/N)j_k$  dır.  $\langle E_j \rangle = 0$  olarak alındığında, yani  $\delta E_j = E_j$  olduğunda,  $\langle E_j E_{j+l} \rangle$  ifadesi  $N \rightarrow \infty$  limitinde Denklem (5.2)' yi sağlar.

### 5.3 Durum Yoğunluğu (DOS) ve Yerelleşme Uzunluğu İçin Sayısal Sonuçlar

Süreklilik limitinde optiksel benek potansiyeli için tek parçacık durum yoğunluğu G.M. Falco ve arkadaşları tarafından 2010 yılında çalışıldı. Biz bu çalışmamızda bir boyutlu örgü potansiyeline benek potansiyelini süperpozisyon olarak ekledik ve etkileşmelerin olmadığı bir Bose-Einstein Yoğunlaşması için durum yoğunluğunu ve yerelleşme uzunluğunu hesapladık. Benek potansiyel uygulanmamış bir örgüde, düşük enerjili tek parçacık durum yoğunluğu tipik olarak birinci Brillouin bölgesinde iki pik yapan ve merkeze doğru gidildikçe değeri düşen bir şekle sahiptir . Örgünün durum yoğunluğunu hesaplamak üzerine Denklem (5.1) deki sıkı bağlanma

Hamilton fonksiyonunu tekrar ele alalım.  $E$  enerjisine bağlı olarak  $H_s$  Hamiltonyeninin Green fonksiyonu

$$G(E) = \frac{1}{E - H_s} \quad (5.5)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada enerji, çok küçük pozitif imajiner kısma sahip olan kompleks bir değişkendir. Kirkman-Pendry ilişkisi kullanılarak durum yoğunluğu DOS ,

$$D(E) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \text{Im} \frac{\partial}{\partial E} \ln G_{1,n_s}(E + i\varepsilon) \quad (5.6)$$

olarak verilmektedir. Burada  $G_{i,j}(E) = \langle i | G(E) | j \rangle$  dir ve  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanı, örgünün birinci sitesi ile sonuncu sitesi arasındaki uyumu ifade etmektedir.  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanı  $H_s$  integralinin renormalizasyon-indirgeme yöntemiyle tek bir etkin dimere indirgenmesiyle elde edilir. Enerjinin bir fonksiyonu olarak etkin dimerin Hamilton fonksiyonu

$$\tilde{H}_s = \tilde{E}_1 |1\rangle\langle 1| + \tilde{E}_{n_s} |n_s\rangle\langle n_s| + \tilde{t} (|1\rangle\langle n_s + n_s| + |i+1\rangle\langle 1|) \quad (5.7)$$

şeklindedir. Burada  $\tilde{E}_1$ ,  $\tilde{E}_{n_s}$  ve  $\tilde{t}$  ifadeleri, indirgenmiş durumların Hamilton elemanlarının  $(2, 3, \dots, n_s - 1)$  ve  $E$  enerjisinin fonksiyonlarıdır. Denklem (5.7)'de verilen etkin Hamiltonyenin Green fonksiyonu

$$\tilde{G}(E) = \frac{1}{E - \tilde{H}_s} \quad (5.8)$$

şeklindedir. Bu ifade Denklem (5.6)' da yerine yazılarak durum yoğunluğu elde edilir.

Sıkı bağlanma rejimi içerisinde  $L_{loc}(E)$  yerelleşme uzunluğunun davranışını çalışmak için  $\gamma(E)$  Lyapunov katsayısı

$$\gamma(E) = [L_{loc}(E)]^{-1} = \lim_{n_s \rightarrow \infty} \frac{1}{n_s d} \ln \left| \frac{G_{n_s, n_s}(E)}{G_{1, n_s}(E)} \right| \quad (5.9)$$

ifadesinden hesaplanır. Belirtmek gerekir ki  $L_{loc}$  sistemdeki tüm uzunluklardan (sistemin boyu gibi) daha büyük ise sistemde geçişler mevcuttur. Eğer ki  $L_{loc}$  diğer uzunluklardan daha küçük ise sistemde yerelleşme durumu hakimdir.

Şekil 5.3.a, 5.4.a, 5.5.a ve 5.6.a' da  $|t|$  biriminde enerjinin bir fonksiyonu ( $E/|t|$ ) olarak elde edilen DOS' un sayısal sonuçları incelendiğinde bağlantı fonksiyonunun genişliği  $w$ ' nin büyük değerleri için düzensizlik şiddetinin küçük seçildiği ( $s/|t| = 1$  ve  $s/|t| = 2$ ) durumlarda DOS' un mükemmel bir zincirin (tamamen düzenli) durum yoğunluğu ile benzer olduğu görülmektedir. Düzensizliğin şiddeti arttırıldığında DOS, Brillouin bölgesi civarında benek potansiyelin oluşturduğu düzensizlikten büyük ölçüde etkilenmektedir. Ayrıca  $w$ ' nin küçük değerleri için DOS' un spektrumunun merkezi kısmı, küçük düzensizlik şiddetlerinde bile benek potansiyelin oluşturduğu düzensizlikten büyük ölçüde etkilenmektedir. Burada site sayısı  $n_s = 200$  olarak alınmıştır.

Düzensizliğin varlığı sadece durum yoğunluğu üzerinde etkisini göstermez. Düzensizliğin aynı zamanda yerelleşme üzerinde de etkileri vardır. Süreklilik limitinde, Denklem (5.2) ile tanımlanan bir bağlantı fonksiyonunun varlığında yerelleşme etkileri yok olmamaktadır fakat bağlantıların varlığı, enerjinin bir fonksiyonu olarak verilen yerelleşme uzunluğunun davranışını büyük ölçüde değiştirmektedir.

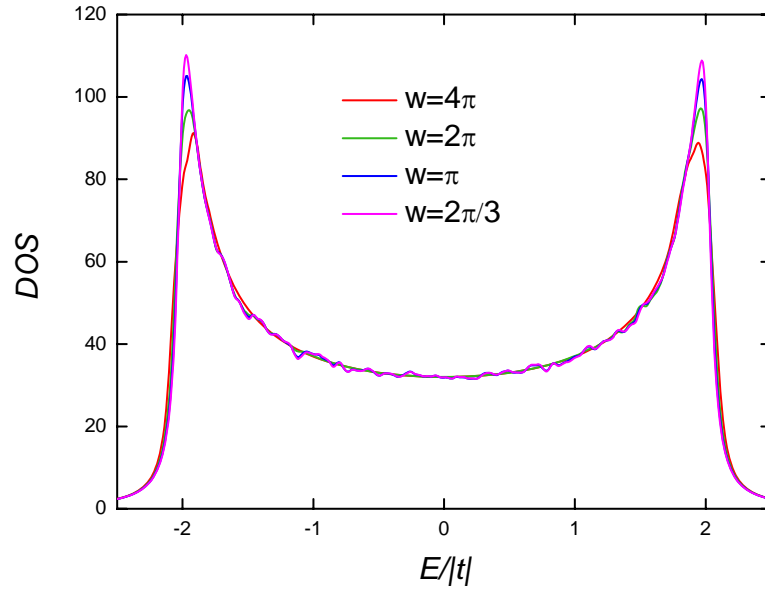
Şekil 5.3.b, 5.4.b, 5.5.b ve 5.6.b' de gösterilen yerelleşme uzunluğunun grafikleri incelendiğinde, tüm durumların yerleşik olduğu görülmektedir. Zayıf düzensizlik limitinde, spektrumun merkezinde, yerelleşme uzunluğu  $L_{loc}(E = 0)$  oldukça büyüktür. Düzensizliğin şiddeti arttırıldığında, bağlantı fonksiyonunun genişliğinin küçük değerleri ( $w = \pi$  ve  $w = 2\pi/3$ ) için yerelleşme uzunluğunun spektrumun merkezinde  $L_{loc}(E = 0)$  önemli ölçüde azaldığı ve tüm bant

boyunca hemen hemen enerjiden bağımsız olduğu görülmektedir. Daha uzun mesafeli bağlantılar ise ( $w = 2\pi$  ve  $w = 4\pi$ ) spektrumun kenarlarında da etkili olmaktadır. Burada site sayısı  $n_s = 200$  olarak alınmıştır.

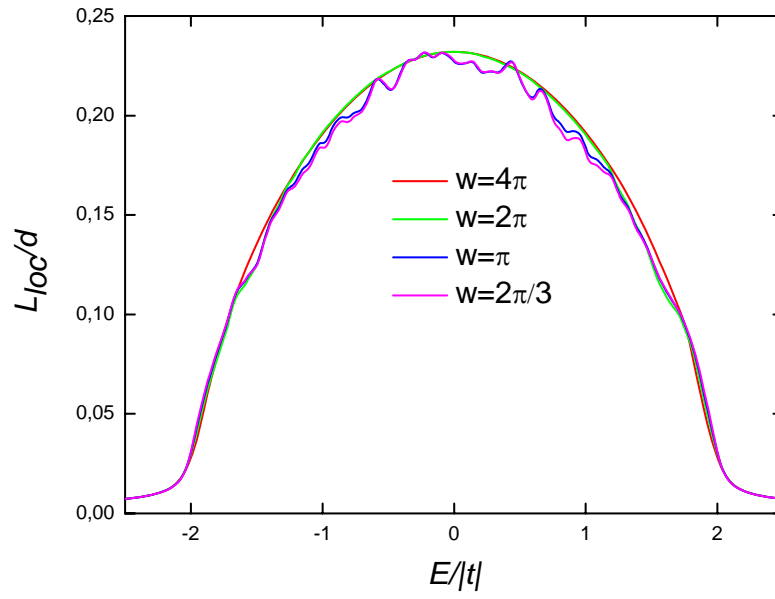
Sonuçların daha iyi anlaşılması için süreklilik durumunu ele alalım: Born yaklaşımı içinde yerleşme uzunluğu  $L_{loc}(k)^{-1} \approx L_{loc}^B(k)^{-1} = \frac{w^2}{8k^2} S_{2k}$  olmaktadır (Kuhl vd. , 2008). Bu durumda  $k \rightarrow 0$  limitinde  $L_{loc}^B(k \rightarrow 0) \approx k^2 / s^2 w$  olacağından, yerleşme uzunluğunun  $w$ ' nın daha büyük değerleri için daha kısa olması beklenir. Bununla birlikte  $k > \kappa/2$  için yerleşme uzunluğunda bir artış gözlemlenmesi beklenir. Kısacası burada Born yaklaşımı çokta geçerli değildir (Gurevich vd. 2009, Lugan vd. 2009). Sonuç olarak, öne sürdüğümüz teoriler doğrultusunda düşük enerji bandı üzerinde Anderson yerleşmesi deneysel olarak gözlemlenmek istenirse,  $\kappa/2$  mutlaka  $\pi/2d$ ' den daha büyük bir değerde olmalıdır. Buna göre  $w$  da dört örgü adımından daha küçük bir değerde olmalıdır. Bu ifadelerden anlaşılacağı gibi süreklilik uzayı sıkı bağlanma durumu için nümerik sonuçlar ile tam bir uyum içindedir. Durum yoğunluğunda, örgünün temel oluşumundan kaynaklanan bir  $k \rightarrow \pi/d - k$  simetrisi mevcuttur. Ayrıca bağlantılar (korelasyonlar) spektrumun merkezine uygun bir şekilde simetrik bir davranış sergilemektedir.

Sonuç olarak, tezimizin bu bölümünde optik potansiyel içinde bulunan bir kuantum parçacığının (veya etkileşmeyen bir dalganın) spektrumu üzerinde benek potansiyelin etkileri araştırıldı. Sabit ve büyük bir düzensizlik şiddetinde ( $s/|t| = 10$ ) benek potansiyelin yerleşmeye etkisi bağlantı uzunluğu  $w$ ' nın genişliğine bağlı olmaktadır.  $w$ ' nın büyük değerleri, çok düşük enerjilerde ve Brillouin bölgesi sınırında yerleşmeyi arttırır. Daha kısa bağlantı uzunlukları ( $w < 4$  örgü sitesi) ise spektrumun merkezinde daha etkili olmaktadır. Elde ettiğimiz sonuçlar gösterir ki, benek potansiyel sıkı bağlanma rejimi çerçevesinde Anderson yerleşmesinin çalışılması için uygun bir potansiyeldir. Benek potansiyel, enerjinin fonksiyonu olarak verilen yerleşme uzunluğunun davranışını büyük ölçüde değiştirmektedir fakat sistemin tüm durumları yerleşik olduğundan, sistemde bir yalıtkan-metal geçişine neden olmamaktadır.

a)

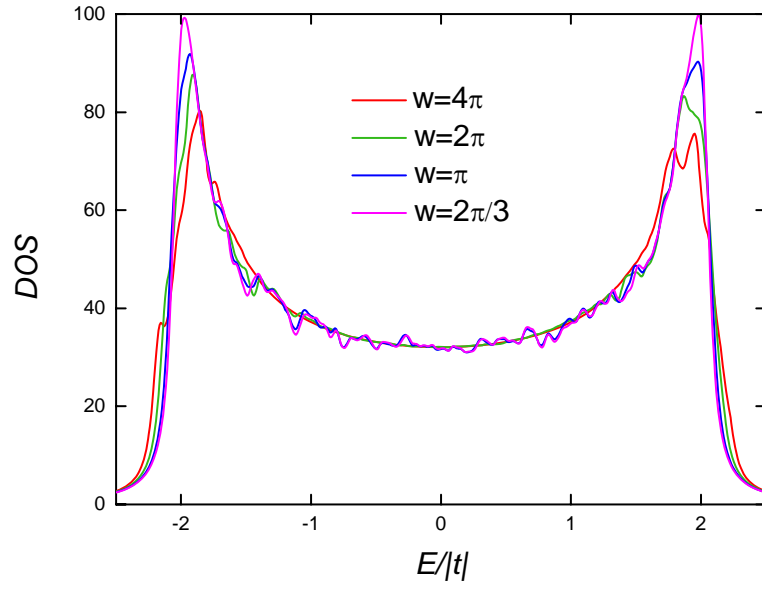


b)

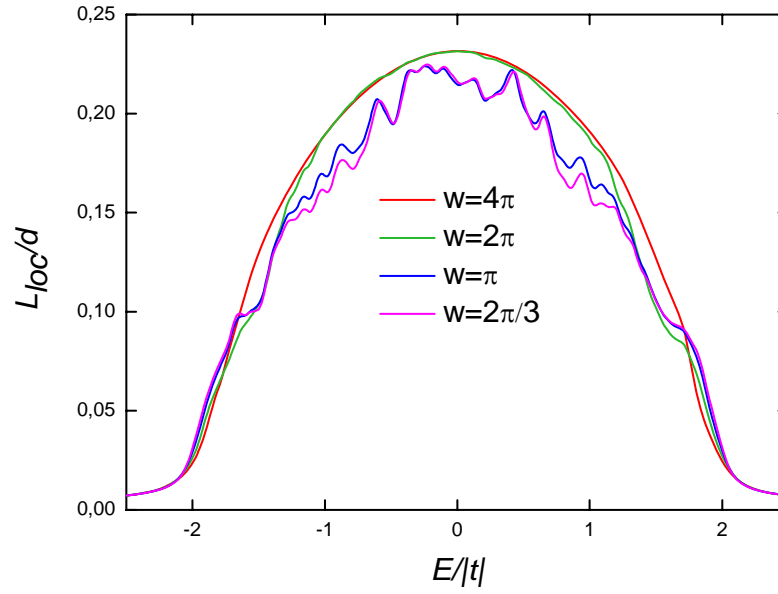


Şekil 5.3 Düzensizlik şiddeti  $s/|t|=1$  için, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak a) durum yoğunluğu (DOS) ve b) yerelleşme uzunluğunun ( $L_{loc}$ ) grafik sunumu.

a)



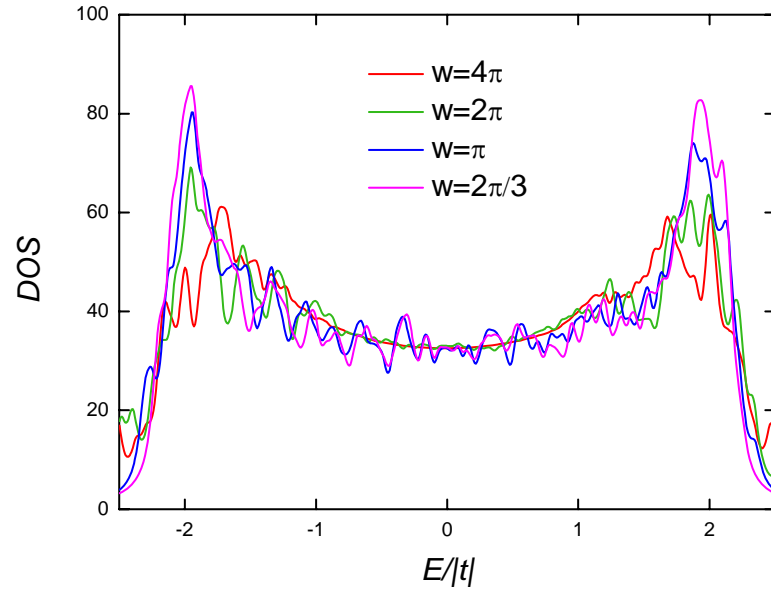
b)



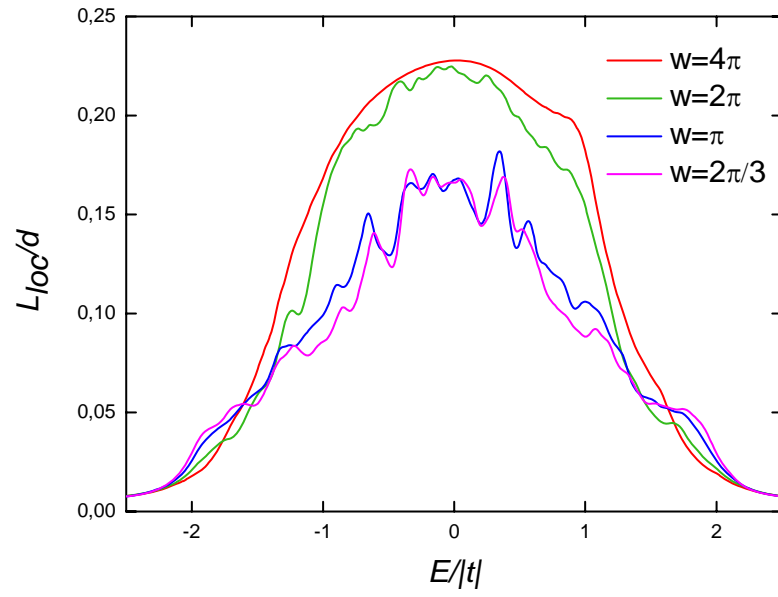
Şekil 5.4 Düzensizlik şiddeti  $s/|t|=2$  için, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak a) durum yoğunluğu (DOS) ve b) yerelleşme uzunlunun ( $L_{loc}$ ) grafik sunumu.



a)

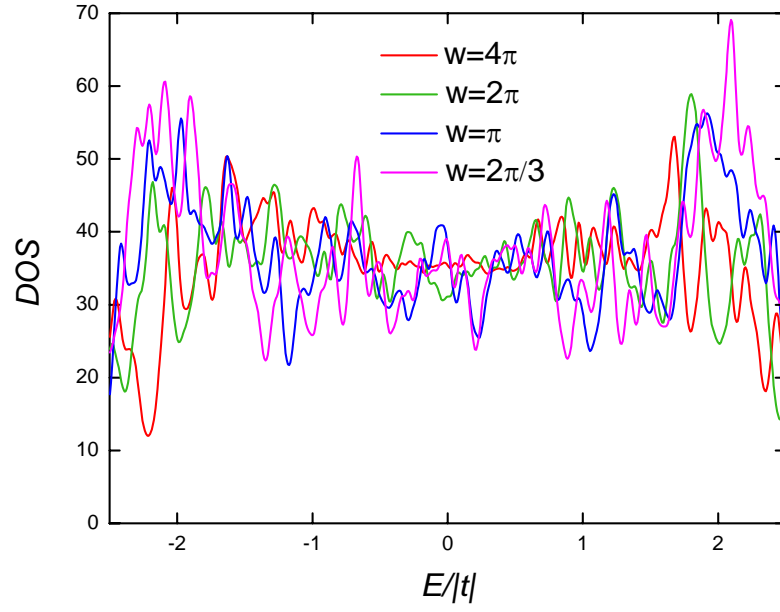


b)

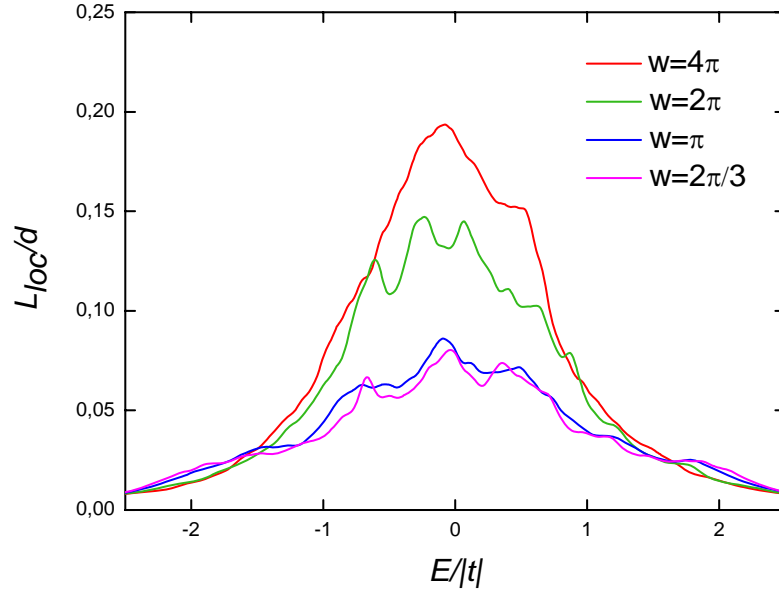


Şekil 5.5 Düzensizlik şiddeti  $s/|t| = 5$  için, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak a) durum yoğunluğu (DOS) ve b) yerelleşme uzunlunun ( $L_{loc}$ ) grafik sunumu.

a)



b)



Şekil 5.6 Düzensizlik şiddeti  $s/|t|=10$  için, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak a) durum yoğunluğu (DOS) ve b) yerelleşme uzunlunun ( $L_{loc}$ ) grafik sunumu.

## BÖLÜM 6

### SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmanın ilk aşamasında Bose-Einstein yoğunlaşmasının durum yoğunluğu (DOS) ve yerelleşme özellikleri kısa-menziel bağlantılı düzensizliğe sahip bir boyutlu optik örgüler için araştırıldı. Kısa-menziel bağlantılı bir düzensizlik elde edebilmek için bozon ( $^{87}\text{Rb}$ )-bozon ( $^{41}\text{K}$ ) karışımından oluşan bir optik örgü sistemi oluşturuldu. Sistem  $^{87}\text{Rb}$  atomunun klasik olarak tuzaklandığı,  $^{41}\text{K}$  atomunun da tünellenmesine izin verildiği durumda ele alındı. Böylelikle optik örgü içerisinde yoğunlaşan  $^{41}\text{K}$  atomu “*tünellenen bozon*”, daha ağır olan  $^{87}\text{Rb}$  atomu ise “*yabancı atom*” olarak ele alındı. Örgü potansiyel kuyuları içine yabancı atomun rasgele dağıtılması ile tamamen düzensiz (Random Model (RM)), dimerlerin rasgele dağıtılması ile de kısa-menziel bağlantılı (Random Dimer Model (RDM), Dual Random Dimer Model (DRDM)) düzensizliğe sahip örgü tipleri oluşturuldu.

Sistemi teorik açıdan çözümlenmek amacı ile, bir boyutta sıkı-bağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanıldı. Daha önce katı hal sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kurulmuş olan renormalizasyon indirgeme yöntemine bağlı olarak, tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgendir. Sistemin durum yoğunluğu ve geçiş özelliklerini incelemek için Green fonksiyonu yaklaşıklığı kullanıldı.

Nümerik hesaplamalarda, bozon ( $^{87}\text{Rb}$ )-bozon ( $^{41}\text{K}$ ) saçılma uzunluğunun üç farklı değeri için ( $a' = -250a_0$ ,  $a' = -270a_0$  ve  $a' = -290a_0$ ,  $a_0$  Bohr yarıçapı) RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu ve Lyapunov katsayısının davranışı enerjinin bir fonksiyonu olarak incelendi. Durum yoğunluğu ve Lyapunov katsayısı grafiklerinin

üzerinde pseudo-gapların oluştuğu ve spektrumunda parçalanmalar meydana geldiği görülmektedir. Spektrumda görülen bu küçük pikler düzensiz sistemlerin tipik bir sonucudur. Saçılma uzunluğunun  $a' = -250a_0$  değerinde  $^{41}\text{K}$  atomunun yabancı atom ile etkileşme oranı fazla olduğundan  $^{41}\text{K}$  atomunun hoplama enerjisi azalır. Bu durumda ele aldığımız tüm düzensizlik modelleri için sistemde yerelleşme etkileri baskın gelmektedir. Saçılma uzunluğunun  $a' = -270a_0$  ve  $a' = -290a_0$  değerleri için  $^{41}\text{K}$  atomunun yabancı atom ile etkileşme oranı azaldığından, ayrıca dimerlerin örgü sitelerine rasgele dağıtılmasından dolayı sistemde genel olarak düzensizlik olsa da dimer gruplarından dolayı bir iç düzen oluştuğundan RDM ve DRDM için yerelleşme etkilerinin yerini, atomların geçiş etkilerinin baskın geldiği duruma bıraktığı görülmektedir. Random Model için yerelleşmenin olduğu durumdan yerelleşmenin olmadığı duruma geçiş, sahip olduğu güçlü düzensizlikten dolayı söz konusu değildir. Bu bölümde son olarak, bozon ( $^{87}\text{Rb}$ )-bozon ( $^{41}\text{K}$ ) saçılma uzunluğunun üç farklı değeri için ( $a' = -250a_0$ ,  $a' = -270a_0$  ve  $a' = -290a_0$ ) RM, RDM ve DRDM için geçiş katsayısının davranışı enerjinin bir fonksiyonu olarak incelendi. Geçiş katsayısı grafiklerinde  $a'$  saçılma uzunluğu değerleri  $-250a_0$  'dan  $-290a_0$  'a doğru geçtikçe geçiş katsayısı üzerinde bulunan piklerin bant merkezine doğru hareket ettiği ve bu hareketin minimum Lyapunov katsayısı  $\gamma$ 'nın konumunun bant merkezine doğru yaptığı hareketle uyum içinde olduğu görüldü.

Bu çalışmanın ikinci aşamasında, bir boyutlu optik potansiyel içinde bulunan bir parçacığın (veya etkileşmeyen bir dalganın) spektrumu üzerinde benek potansiyelin etkileri incelendi. Sistemde Anderson yerelleşmesinin gözlenme olasılığı araştırıldı. Benek potansiyel, bir boyutlu optik örgüye süperpozisyon olarak eklendi. Bir boyutlu optik örgüde benek potansiyelin karakteristik davranışını veren bir bağlantı fonksiyonu kullanılarak yeni bir düzensizlik elde edildi. Sayısal hesaplamalar için Fourier Filtreleme Metodu (FFM) kullanıldı (Makse H. A. vd., 1995). Düzensizlik spektrumunu bir triangular fonksiyon tarafından tanımlandı. Yerelleşme uzunluğu, sıkı-bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılarak, bağlantı fonksiyonunun genişliğinin ve düzensizliğin şiddetinin bir fonksiyonu olarak hesaplandı. Sıkı-bağlılık düzenindeki

Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunda bulunan site enerjileri  $\left(\frac{\sin(2\pi l/w)}{2\pi l/w}\right)^2$  fonksiyonu ile bağlantılı olarak değer alan düzensiz değişkenler olarak ele alındı. Tüm örgü sistemi renormalizasyon indirgeme yöntemine bağlı olarak tek bir dimere indirgenerek, Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunun çözümü sayısal olarak yapıldı. Sistemin durum yoğunluğu ve yerleşme etkilerini incelemek için Green fonksiyonu yaklaşıklığı kullanıldı.

Sayısal hesaplamalarda, enerjinin bir fonksiyonu olarak çizilen DOS' un davranışının, küçük düzensizlik şiddeti ( $s/|t|=1$  ve  $s/|t|=2$ ) ve bağlantı fonksiyonunun genişliğinin büyük değerlerinde ( $w=4\pi$  ve  $w=2\pi$ ), mükemmel bir zincirin (tamamen düzenli) durum yoğunluğu ile benzer olduğu görülmektedir. Düzensizliğin şiddeti arttırıldığında DOS, Brillouin bölgesi civarında benek potansiyelin oluşturduğu düzensizlikten büyük ölçüde etkilenmektedir. Ayrıca bağlantı fonksiyonunun genişliği  $w$ ' nın küçük değerleri ( $w=\pi$  ve  $w=2\pi/3$ ) için DOS' un spektrumunun merkezi kısmı, küçük düzensizlik şiddetlerinde bile benek potansiyelin oluşturduğu düzensizlikten büyük ölçüde etkilenmektedir.

Benzer şekilde enerjinin bir fonksiyonu olarak çizilen yerleşme uzunluğu grafikleri incelendiğinde, tüm durumların yerleşik (lokalize) olduğu görülmektedir. Zayıf düzensizlik limitinde, spektrumun merkezinde ( $E=0$ ' da) yerleşme uzunluğu  $L_{loc}$ , oldukça büyüktür. Düzensizliğin şiddeti arttırıldığında ve bağlantı fonksiyonunun genişliği azaltıldığında, yerleşme uzunluğunun spektrumun merkezinde önemli ölçüde azaldığı ve tüm bant boyunca hemen hemen enerjiden bağımsız olduğu görülmektedir. Daha uzun mesafeli bağlantılar ise ( $w=2\pi$  ve  $w=4\pi$ ) spektrumun kenarlarında etkili olmaktadır.

Sonuç olarak bağlantı fonksiyonunun genişliği azaltıldığında düzensizliğin bir  $\delta$  bağlantılı düzensizliğe yaklaştığı ve yerleşme etkisinin, güçlü düzensizlik limitlerinde enerjiden bağımsız olduğu görülmüştür. Sonuçlar incelendiğinde sabit ve büyük bir düzensizlik şiddetinde ( $s/|t|=10$ ), benek potansiyelin yerleşme üzerindeki etkisi

bağlantı fonksiyonunun genişliğine ( $w$ 'ya) bağlı olmaktadır. Ayrıca bağlantı fonksiyonunun genişliği azaltıldığında ve düzensizlik şiddeti artırıldığında benek potansiyelin yerleşmenin artışı daha etkili olduğu görülmüştür. Elde ettiğimiz sonuçlar gösterir ki, benek potansiyel sıkı bağlanma rejimi çerçevesinde Anderson yerleşmesinin çalışılması için uygun bir potansiyeldir.

Bu tez çalışmasında elde edilen sonuçlar, benek potansiyelin oluşturduğu düzensizlik örneği kullanılarak sıkı-bağlanma rejiminde Anderson yerleşmesinin deneysel olarak gözlenmesi için seçilecek deneysel parametrelere yol gösterici olarak değerlendirilebilir.

**KAYNAKLAR**

Adams, C. S., Riis, E., 1997, Laser Cooling And Trapping Of Neutral Atoms. Prog. Quonr. Electr 21, 1–79.

Akdeniz Z., Vignolo P., Tosi M.P. ,2003, Collective dynamics of fermion clouds in cigar-shaped traps, Phys. Lett A, 311, 246-253

Akdeniz Z., Vignolo P., Tosi M.P. ,2004, Boson–fermion demixing in a cloud of lithium atoms in a pancake trap, Phys. Lett A, 331, 258-264

Anderson P. W. , 1958, Absence of difussion in certain Random lattices, Phys. Rev. 109 (5), 1492-1505

Anderson P. W. ,1985, The question of classical localization a theory of white paint?, Philosophical Magazine Part B, 52, 3, 505-509.

Anderson B. P. and Kasevich M. A., 1998 *Science* 282, 1686.

Anderson et al., 1995 ,Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, Science, Vol.269, Iss.5221, P.198.

Ashkin A., 1970, Atomic-beam deflection by resonance-radiation pressure, Phys. Rev.Lett. 25, 1321.

Bakhtiari M.R, Vignolo P.,. Tosi M.P, 2006, Theory of coherent transport by an ultra-cold atomic Fermi gas through linear arrays of potential wells, Physica E 33 , 223–229

Bergeman T. 1997, Hartree-Fock Calculations of Bose-Einstein Condensation of  ${}^7\text{Li}$  Atoms in a Harmonic Trap for  $T>0$ . Physical Rev. A 55, 3658–3669.

Berg-Sophirensen K., Mophilmer K., 1998, Bose-Einstein in condensates spatially periodic potentials, *Phys. Rev. A*, 58, 1480.

Blakie P.B., Davis M.J., 2004, The Projected Gross-Pitaevskii Equation for harmonically confined Bose gases, *cond-mat/0410496* 1, 1-11.

Billy J. et al., 2008, Direct observation of anderson localization of matter waves in a controlled disorder, *Nature* , 453, 891-894

Bouyer P., 2010, Quantum gases and optical speckle: a new tool to simulate disordered quantum system, *Reports on Progress in Physics* ,73 ,062401

Chiofalo M. L., Pollini M., Tosi M. P., 2000 ,Collective excitations of a periodic Bose condensate in the Wannier representation, *Eur. Phys. J. D*, 11, 371.

Cornel E. A., , Wieman C. E., 2002, Nobel Lecture: ,Bose-Einstein Condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments, *Rev. Mod. Phys.* 74, 875-993. Ketterle W., 2002, Nobel Lecture: ,When atoms behave as waves: Bose-Einstein Condensation and the atom laser, *Rev. Mod. Phys.*, 1131-1151.

Chabe J., Lemarie G., Gremaund B., Delande D., Szriftgiser P., Garreau J.C. , 2008, Experimental observation of the anderson metal-insulator transition with atomic matter waves, *Phys. Rev. Lett.* ,101 ,255702

Chu, S., Hollberg, L., Bjorkholm, J.E., Cable, A., and Ashkin, A. ,1985 ,Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure. *Physical Review Letters* 55, 48–51.

Dahan M. B., Peik E., Reichel J., Castin Y., Salomon C., 1996, Bloch oscillations of atoms in an optical potential, *Phys. Rev. Lett.* 76, 4508.



Dunlap D. H., Wu H.-L., Phillips P.W., 1990, Absence of localization in a random-dimer model, *Phys. Rev. Lett.* 65, 88 .

Einstein, Von A. ,1925 ,Quantentheorie des Einatomigen Idealen Gases: Zweite Abhandlung. *Sitzungsber. Phys.-Math. Kl. I.* 3–7.

Eksioglu Y., Vignolo P., Tosi M. P., 2004, Condensate localization in a quasi-periodic structure, *cond-mat/0405440*

Esry B.D., Greene, Burke C.H., Bohn J.P., 1997, Hartree-Fock Theory for Double Condensates, *Physical Review Letters* 78, 3594–3597.

Farchioni R., Vignolo P., Gross G., 1999, Transport properties of emeraldine salts: The nature of the metallic state, *Phys. Rev. B*, 60, 15705.

Farchioni R, Grosso G., Pastori Parravicini G., 1992, Electronic structure in incommensurate potentials obtained using a numerically accurate renormalization scheme, *Phys. Rev. B*, 45, 6383

Fisher M. P. A., Weichman P. B., Grinstein G., Fisher D. S. ,1989, Boson localization and the superfluid-insulator transition., *Phys. Rev. B*, 40,546–570.

Gies C., Hutchinson D. A. W., 2004, Coherence properties of the two-dimensional Bose-Einstein condensate, *Phys. Rev. A* 70, 043606.

Glyde, H.R., Azuah, R.T., and Stirling, W. G. 2000 ,Condensate, Momentum Distribution, and Final-State Effects in Liquid <sup>4</sup>He. ,*Physical Review B* ,62, 14337–14349.

Goldwin J., Papp S. B., De Marco B., Jin D. S., 2002, Two-species magneto-optical trap with  $^{40}\text{K}$  and  $^{87}\text{Rb}$ , Phys. Rev. A 65, 021402.

Gott, Y.V., Ioffe, M.S., and Telkovskii, V.G. ,1962, Some New Results on Confinement in Magnetic Traps. Nuclear Fusion Supplement. 3.

Grynberg G. and Robilliard C., 2001, Phys.Rep. 355, 335.

Grosso G. ve Pastori Parravicini G., 1986, Adv. Chem. Phys. 62, 81; ibid. 62, 131; Giannozzi P.,Grossi G., Moroni S., ve Pastori Parravicini G., 1988, Appl. Numer. Math. 4, 273.

Gurevich E., Kenneth O.,2009, Lyapunov exponent fort he laser speckle potential: a weak disorder expansion, Phys. Rev. A , 79 , 063614

Hansch T. W., Schawlaw A. L., 1975, Cooling of gases by laser radiation, Opt. Commun. 13, 68.

Hodby, E., 2002, The Superfluid Properties of a Bose-Einstein Condensed Gas. PhD Thesis Christ Church College University of Oxford.

Karaoğlu B., 2003, İstatistik Mekaniğe Giriş, Seyir Ders Kitapları

Kohn W., 1959, Analytic properties of Bloch waves and Wannier functions, Phys. Rev. 115, 809.

Kirkman P.D. , Pendry J.B. , 1984, J.Phys. C , 17, 4327

Kuhl U., Izrailev M., Krokhin A. A., 2008, Enhancement of localization in one-dimensional Random potentials with long-range correlations, Phys. Rev. Lett. , 100, 126402

Landau L., 1941, "Theory of the Superfluidity of Helium II". *Physical Review* 60: 356–35

Letokhov V., 1968, Narrowing of the Doppler width in a standing light wave, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 7, 348 [*JETP Lett.* 7, 272 (1968)].

Lugan P., Aspect A., Sanchez-Palencia L., Dalende D., Gremaud B., Müller C. A., Miniatura C., 2009, One-dimensional anderson localization in certain correlated Random potentials, *Phys. Rev. A* , 80 , 023605

Makse H. A., Havlin S., Schwartz M., Stanley H. E., 1996, Method for generating long-range correlations for large systems, *Phys. Rev. E* , 53, 5, 5445-5449

Meyrath, T.P., Schreck, F., Hanssen, J.L., Chuu, C.S., and Raizen M.G. ,2005, A High Frequency Optical Trap for Atoms. *Optics Express* 2843 ,13, 2843–2851.

Moore F. L., Robinson J. C., Bharucha C. F., Sundaram B., Raizen M.G., 1995, Atom optics realization of the quantum  $\delta$  – kicked rotor, *Phys. Rev. Lett.* 75 ,4598-4601

Paulsson M.,2002, “Non Equilibrium Green's Functions for Dummies: Introduction to the One Particle NEGF equations” cond-mat/0210519.

Pedri, P. et al., ,2001, Expansion of a Coherent Array of Bose-Einstein Condensates. *Physical Review Letters* 87, 220401 1–4.

Peik E., Dahan M. B., Bouchoule I., Castin Y., Salomon C., 1997, Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams, *Phys. Rev. A* 55, 2989.

Penckwitt, A. ,2003 ,Rotating Bose–Einstein Condensates Vortex Lattices and Excitations. ,PhD Thesis Department of Physics University of Otago, Dunedin, New Zealand.

Peng C.-K., Havlin S., Schwartz M. Stanley H. E., 1991, Directed-polymer and ballistic-deposition growth with correlated noise, *Phys. Rev. A.*, 44, 4.

Penrose, O. and Onsager L. ,1956 ,Bose-Einstein Condensation and Liquid Helium., *Physical Review* ,104, 576–584.

Pethick, C.J., and Smith, H. ,2002, Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases. 1st ed. Cambridge University Pres. New York, USA

Prakash S., Havlin S., Schwartz M. Stanley H. E., 1992, Structural and dynamical properties of long-range correlated percolation, *Phys. Rev. A.*, 46, 4.

Pritchard, D.E. ,1983 ,Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy. *Physical Review Letters* 51, 1336–1339

Raab, Prentiss E. M. ,Cable A., Chu S., and Pritchard D., 1987, Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.* 59, 2631.

Rieger T. et al., 2007, Trapping of Neutral Rubidium with a Macroscopic Three-Phase Electric Trap, *PRL* 99, 063001

Romanovsky I. et al., 2004, Crystalline Boson In Harmonic Traps: Beyond the Gross-Pitaevskii Mean Field , *Phys.Rev.Lett.* Vol.93, p.230405.

Roati G., Riboli F., Modugno G., and Inguscio M., 2002 , Fermi-Bose Quantum Degenerate  $^{40}\text{K}$ - $^{87}\text{Rb}$  Mixture with Attractive Interaction,*Phys. Rev. Lett.* 89, 150403

Robert-de Saint-Vincent M. et al., 2010, Anisotropic 2d diffusive expansion of ultracold atoms in a disordered potential, *Phys. Rev. Lett.* , 104 , 220602

Schaff J. F., Akdeniz Z., Vignolo P. , 2010,Localization-delocalization transition in the random dimer model, *Physical Review A* 81, 041604(R)

Sokol, P. edited by Griffin, A., Snoke, D.W., and Stringari, S. 1995 Bose-Einstein Condensation. 1st ed. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Streed, E.W. et al ,2006, Large Atom Number Bose-Einstein Condensate Machines., Review Of Scientific Instruments **77**, 023106 1–13

Tosi M. P., (March, 2003) “Introduction to the theory of Bose-Einstein Condensation”, Scuola Normale Superiore di Pisa.

Vignolo P., Akdeniz Z., Tosi M.P. ,2003, Transmittivity of a Bose-Einstein condensate on a lattice: interference from period doubling and the effect of disorder, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys 36, 4535-4546.

Zener C., 1934, Proc. R. Soc. London A 145, 523. 64

## ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında Edirne’ de doğdum. İlk ve orta öğrenimimi Yüksel Yeşil İlköğretim Okulunda, lise öğrenimimi ise Edirne Lisesinde tamamladım. Eylül 1998 ‘de Trakya Üniversitesi Fizik Bölümü’nde lisans eğitimime başladım ve Haziran 2002’de mezun oldum. Eylül 2002 tarihinde Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Fizik Anabilim Dalı’nda yüksek lisans öğrenimime başladım ve Ağustos 2005’de mezun oldum. Aynı yıl doktora eğitimime başladım.

Eylül 2002 tarihinden itibaren Trakya Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde araştırma görevlisi olarak görev yapmaktayım.